



Die kleine Ortschaft Balderschwang im Allgäu bot die Kulisse für die Monduntergangsbeobachtungen im Sommer 2001. Das Bild der winterlichen Idylle ist dem Urlaubsprospekt entnommen. Der Untergangsort der Wintersonne liegt in der Gegend des sommerlichen Vollmonduntergangs. Der Standort für die Mondbeobachtungen war allerdings etwas anders gelegen als der Aufnahmeort für dieses Bild.

Bestimmung der Mondentfernung aus Untergangsbeobachtungen nebst Erörterung der Frage „Was ist eine Mondwende?“

von Burkard Steinrücken, Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Recklinghausen

Die tägliche Bahn des Mondes verändert sich wegen seines schnellen Erdumlaufs so rasch, dass sich bereits in einem Monat der Wendezyklus der Auf- und Untergangsorte zeigt, der bei der Sonne erst nach Ablauf eines ganzen Jahres offenbar wird. Der Mondlauf ist damit für eine elementare Untersuchung der Gestirnwanderung an der Fixsternsphäre bestens geeignet.

In dieser Arbeit werden Monduntergangsbeobachtungen über einen Zeitraum von zwei Wochen vorgestellt. Neben des photographischen Nachweises der Mondbahnveränderung gewinnt man auch schnell Daten, die für eine Bestimmung der Mondentfernung mit einer Genauigkeit von ca. 10% herangezogen werden können. Die notwendigen Messaufnahmen können alle mit der Kleinbildkamera gemacht werden. Ein solches Low-Cost-Astronomieprojekt eignet sich damit inhaltlich und finanziell für den Einsatz in der Schule.

Abschließend wird in Anlehnung an die bekanntere Sonnenwende der Begriff der „Mondwende“ erörtert, der bei Untersuchungen über die astronomischen Kenntnisse mutmaßlicher Steinzeitastronomen in archäoastronomischen Fachkreisen wiederholt kontrovers diskutiert wurde.

Einleitung

Die schnell wandernden Monduntergangsorte am Horizont sind Ausdruck des Mondlaufs durch den Tierkreis. Den Zyklus, den die Sonne in einem Jahr durchläuft, vollendet der Mond bereits in einem Monat. Diese für das geozentrische Weltbild grundlegenden Bewegungsformen sind in Abbildung 1 und 2 dargestellt. Abbildung 1 zeigt die gegen die irdische Äquatorebene um $\epsilon = 23,43^\circ$ schief gelagerte scheinbare Sonnenbahn. Im Sommerhalbjahr erhebt sich die Sonne in nördlicher Richtung über die Äquatorebene, im Winterhalbjahr sinkt sie darunter hinab. Die Tagesbahnen der Sonne verlagern sich aufgrund dieser sog. Deklinationsänderung der Sonne täglich nach Norden bzw. Süden. Die nördlichste bzw. südlichste Tagesbahn wird bei der Sommersonnenwende bzw. Wintersonnenwende durchlaufen

Da die Mondbahn um $i = 5^\circ 9'$ gegen die Ekliptik geneigt ist, folgt der Mond dem jährlichen Verhalten der Sonne nicht exakt, sondern weicht mit seinen extremalen Deklinationen von denen der Sonne um maximal $5^\circ 9'$ nach Norden oder Süden ab (Abb. 2). Steht der aufsteigende oder absteigende Knoten der Mondbahn im, so entspricht seine monatliche Maximaldeklination der maximalen Sonnendeklination ϵ (Ekliptikschiefe). Steht der

aufsteigende Knoten im Frühlingspunkt, so erreicht die monatliche Maximaldeklination den Wert $e + i$, während das Maximum mit dem absteigenden Knoten im Frühlingspunkt mit $e - i$ seinen kleinsten Wert unter allen möglichen monatlichen Höchstwerten einnimmt.

Folglich sind allmonatlich zwei Mondwenden am Westhorizont zu beobachten, wenn die Verlagerung der Untergangsorte ihre Richtung wechselt, die südliche Mondwende im Südwesten und die nördliche im Nordwesten.

Die Knoten der Mondbahn machen auf der Ekliptik eine rückläufige Bewegung, die sie in 18,61 Jahren oder einmal um die gesamte Ekliptik herumführt. Die Mondbahn schlingert mithin wie eine auf flachem Tisch scheppernde präzidierende Münze. Diese Präzessionsbewegung der Mondbahn wird im wesentlichen durch ein Drehmoment verursacht, welches durch die gravitative Anziehung des Mondes durch die Sonne zustande kommt.

Zur Zeit (2001) liegt der aufsteigende Knoten der Mondbahn in der Nähe des Sommersonnenwendepunktes und der monatliche „Swing“ des Mondes beim Untergang am Westhorizont entspricht in etwa dem jährlichen Swing der Sonne zwischen Sommer- und Wintersonnenwende. Erst im Jahr 2006 liegt der aufsteigende Knoten wieder im Frühlingspunkt und der monatliche Swing des Mondes erreicht dann wieder seinen maximalen Wert im 18,61-jährigen Zyklus.

Die Beobachtung der Monduntergänge

Die elf Monduntergänge wurden während eines Sommerurlaubs im Allgäu beobachtet. Der Mond geht jeden Tag später unter, weil er in seinem monatlichen Lauf entgegen der Richtung der täglichen Wanderung fortläuft und somit gleichsam seinem Untergang zu entfliehen versucht. Um wie viele Minuten sich der Untergang von Tag zu Tag verspätet, hängt nicht nur von den astronomischen Verhältnissen des Mondlaufs ab (er bewegt sich mit ständig wechselnder Geschwindigkeit auf einer Bahnellipse, die wiederum selbst ihre Lage verändert), sondern auch wesentlich vom Verlauf des Landschaftshorizontes am Beobachtungsort. Der Standort für die hier vorgestellten Beobachtungen lag einige hundert Meter östlich und ein wenig oberhalb der Dorfmitte der kleinen Ortschaft Balderschwang im Kreis Oberallgäu. Die geographische Position ist $47^{\circ} 28'$ Nord, $10^{\circ} 7'$ Ost. Diese präzisen Werte finden später Eingang bei der Berechnung der Mondposition mit einer Astronomiesoftware, wie sie im Fachhandel der Amateurastronomie oder im Internet erhältlich ist.

Das Horizontprofil von Balderschwang in westlicher Richtung ist in Abbildung 3 zu sehen. Diese Aufnahme wurde in der Nacht mit circa einstündiger Belichtungszeit und einem 35mm-Weitwinkelobjektiv gewonnen. Zu sehen sind auch Sterne, die während der Aufnahmezeit über den Himmel gewandert sind und nun als Striche auf der Fotografie erscheinen. Diese Sternspuren sind wesentlich für die Auswertung der Mondpositionen; zeigen sie uns doch an, wie das Bezugssystem des Himmels über dem Beobachtungsort orientiert ist. Jedem Stern ist eine Koordinate zugeordnet, die seinen Winkelabstand vom Himmelsäquator angibt, die sog. Deklination. Die Lage des Himmelsäquators verrät sich auf einer Strichspuraufnahme dadurch, dass ein äquatorialer Stern längs einer geraden Linie wandert. Sterne mit nördlicher Deklination, die dem Nordpol näher stehen als dem Südpol, laufen auf gekrümmten Bahnen, die in Richtung Nordpol geöffnet sind. Südsterne mit negativer Deklination laufen analog auf zum himmlischen Südpol geöffneten krummen Strichspuren. Mit den Deklinationen der abgebildeten Sterne, die z.B. einem Sternkatalog oder der besagten Astronomiesoftware entnommen werden können, läßt sich jedem Horizontpunkt eine Deklination zuordnen. Die Aufzeichnung der Monduntergänge erfolgt ebenfalls mit der Kleinbildkamera. Am ersten Beobachtungstag mit einer jungen Mondsichel in der Abenddämmerung genügt eine kurzbelichtete Aufnahme, die den Mond kurz vor dem Untergang am Horizont zeigt (Abb. 4, links oben). An den Folgetagen hatte sich der Winkelabstand des Mondes von der Sonne mehr und mehr vergrößert und die Monduntergänge erfolgten in der Dunkelheit. Die Untergänge wurden in diesen Fällen wieder mit der Strichspurtechnik aufgezeichnet. Die größere

Lichtgestalt des Mondes und die damit verbundenen hellen Mondnächte verhindern allerdings die Anfertigung schöner Strichspuraufnahme nach Art der Abb. 3 mit Sternspuren und zugleich der Spur des untergehenden Mondes. Oft ist nur die Mondspur und der Landschaftshorizont zu sehen, manchmal erscheint auch noch ein heller Stern in Mondnähe. In Abbildung 4 (unten) sind die Monduntergänge vom 28. und 29. Juli 2001 festgehalten. Bevor er hinter einer entfernten Gebirgskette verschwand, färbte sich der Mond zunächst orange bis rot. Nicht nur die Sonne zeigt im Untergang diese schönen Farbspiele, die durch das Herausstreuen blauer Farbanteile durch die Luft zu erklären sind, sondern auch der Mond in der Nacht. Ein Mond, der während des lichten Tages auf- oder untergeht, ist weißlich bis rosa gefärbt, denn die rote Farbe des Mondlichtes wird durch die Verweißlichung des Himmelslichtes am Horizont stark aufgehellt. Auf den Strichspuraufnahmen in Abb. 4 (unten) ist der Farbwechsel in Gestalt eines Verlaufstreifens von gelb bis orange-rot noch gut zu erkennen. Erfahrungsgemäß sollte der Film ca. 5 bis 10 Minuten bei Blende 2 belichtet werden, um die Mondbahn und den dunklen Landschaftshorizont später deutlich erkennen zu können. Die sichtbare Breite des hellen Streifens ist nicht allein durch die Mondgröße hervorgerufen, sondern erscheint wegen der Überbelichtung der Mondspur, die auch benachbarte Filmkörner erfasst, etwas größer als der Mond. Das Ausmaß dieser Vergrößerung kann durch die Breite der Strichspur eines sehr hellen Sterns oder eines Planeten, die eigentlich so fein wie die Spur schwacher Sterne sein sollte, grob abgeschätzt werden. Eine Auswertung der Streifenbreite mit dem Zweck, die im Verlauf des Monats wegen der Abstandsveränderung variable scheinbare Mondgröße nachzuweisen, ist aber nicht statthaft. Nur die Deklination der Mondmitte kann einigermaßen sicher ermittelt werden.

Alle Aufnahmen, sowohl die Bezugsaufnahme mit den Sternstrichspuren als auch die Monduntergangsbilder lassen sich kombinieren, wenn man die in den Computer eingescannten Bilder auf den gleichen Maßstab bringt, die Bezugsaufnahme auf Folie ausdruckt und die Mondaufnahme als Papierausdruck unterlegt. Wer diesen Weg nicht gehen will, wählt bei allen Aufnahmen die gleiche Brennweite, nimmt einen Diafilm und projiziert die Strichspuraufnahmen später im Klassenzimmer. Durch Abzeichnen des Horizontprofils und der Mondpositionen auf Transparentfolie, bzw. im Falle der zweiten Variante auf Zeichenpapier, gewinnt man eine anschauliche Skizze mit Landschaftshorizont, Bezugsternen und Mondorten (Abb. 5). Diese Handskizze wird den Auswertungen zugrundegelegt. Eine zweite Skizze wurde nach der gleichen Vorgehensweise für die Monduntergänge angefertigt, die nicht mehr im Bildausschnitt der Strichspuraufnahme in Abbildung 3 stattfanden (Abb. 6). Auf dieser Skizze ist die Mondwende im August 2001 festgehalten. Bis zum 2. August verlagerten sich die Untergangsorte weiter nach Süden. Am 3. August war der Untergang schon wieder nach Norden gewendet. Wie man aus dem Muster der drei aufeinanderfolgenden Monduntergänge den genauen monatlichen Maximalwert der Deklination (MMD) ermittelt, der sich ja zumeist nicht während des Untergangs am Horizont einstellt, ist Gegenstand eines späteren Abschnitts.

Die Bestimmung der Mondentfernung aus der Höhenparallaxe

Im folgenden sollen den Mondorten in den Abbildungen 5 und 6 scheinbare Deklinationen zugeordnet werden. Diese beobachteten Himmelspositionen der Monduntergänge werden mit theoretisch berechneten Werten verglichen. Das ist das Prinzip der hier vorgestellten Methode zur Ermittlung der Mondentfernung.

Die scheinbaren Monddeklinationen aus der Skizze entsprechen nicht den geozentrischen Deklinationen, die ein hypothetischer Beobachter in der Erdmitte erhalten würde, denn die Mondbeobachtung erfolgt immer vom Rand der Erdkugel, dem sog. Topozentrum. Vom Topozentrum betrachtet erscheint der Mond tiefer vor dem Sternenhintergrund als vom Geozentrum (siehe Abb. 7). Dieser als Höhenparallaxe H bezeichnete Effekt ist maximal, wenn der Mond im Horizont steht (Horizontalparallaxe H_0) und verliert sich bei Zenitständen. Der

Parallaxeneffekt wirkt sich nur auf die Gestirnsgröße, nicht auf die Richtung aus. Er fällt um so größer aus, je näher das betrachtete Gestirn steht.

Die beobachtete Höhenparallaxe beinhaltet also die Mondentfernung. Sie läßt sich hier größenordnungsmäßig ermitteln, wenn die scheinbare Deklination eines jeden Monduntergangs mit der berechneten geozentrischen Deklination verglichen wird.

Die folgende Tabelle enthält die experimentellen Werte der scheinbaren Deklinationen und die theoretisch berechneten Werte der scheinbaren und geozentrischen Deklinationen. Alle Berechnungen wurden mit der Astronomie-Software *The Sky 4.0* durchgeführt. Aber auch jede vergleichbare im Versandhandel der Amateurastronomie erhältliche Planetariumssoftware ab ca. 100 DM ist dazu geeignet.

Die experimentellen und theoretischen Werte der scheinbaren Deklination sollten sich entsprechen. Die tatsächlichen Abweichungen geben Aufschluß über die Güte der zeichnerischen Auswertung. Sie ist fehleranfällig, aber anschaulich und ästhetisch befriedigend - ein erheblicher didaktischer Vorteil!

Datum, Uhrzeit	sch. Dekl. experimentell	sch. Dekl. berechnet	geoz. Dekl. berechnet	sch. Höhe berechnet
22. 7. 2001, 21:29 Uhr	16,01°	15,27°	16,00°	10°
23. 7. 2001,	(wegen Bewölkung war keine Mondbeobachtung möglich)			
24. 7. 2001, 22:55 Uhr	4,33°	4,57°	5,29°	6°
25. 7. 2001, 23:32 Uhr	- 1,28°	- 1,21°	- 0,49°	4°
27. 7. 2001, 00:12 Uhr	- 6,92°	- 6,82°	- 6,10°	1°
28. 7. 2001, 00:38 Uhr	- 11,65°	- 11,92°	- 11,19°	1°
29. 7. 2001, 01:00 Uhr	- 15,15°	- 16,33°	- 15,60°	2°
30. 7. 2001,	(wegen Bewölkung war keine Mondbeobachtung möglich)			
31. 7. 2001, 01:30 Uhr	(nicht auswertbar) - 22,44°		- 21,67°	6°
1. 8. 2001, 02:07 Uhr	- 23,63°	- 23,90°	- 23,12°	6°
2. 8. 2001, 02:58 Uhr	- 23,95°	- 24,16	- 23,38	6°
3. 8. 2001, 03:50 Uhr	- 23,04°	- 23,23	- 22,47	7°

In der letzten Spalte sind die scheinbaren Höhen der Monduntergänge mit Gradgenauigkeit angegeben. Sie wurden mit Hilfe der Zeitangabe der Untergänge ebenfalls rechnerisch ermittelt. Die scheinbare Höhe wird später bei der Umwandlung der Höhenparallaxe in die Horizontalparallaxe benötigt. Werden die Untergangsbeobachtungen jedoch alle bei geringen Höhen unterhalb von 10° durchgeführt, so kann der Einfluss der Höhe bei der Auswertung der Mondabstände auch vernachlässigt werden, da er im Rahmen unserer Genauigkeitsansprüche zu keinen merklichen Veränderungen beim Endergebnis führt. Die Zeitangaben sind in Mitteleuropäischer Sommerzeit (MESZ) und beziehen sich auf den Moment, wo die Mondscheibe mit ihrem Unterrand den Horizont berührt. Sie sind nur auf einige Minuten genau. Für die Deklinationsberechnungen ist die Genauigkeit aber ausreichend hoch.

Zur Ermittlung der Mondentfernung aus der Höhenparallaxe muss die Differenz zwischen der scheinbaren Deklination und der geozentrischen Deklination in die Differenz zwischen der scheinbaren und geozentrischen Höhe umgerechnet werden. Dies geschieht näherungsweise mit der Hilfe des Winkels der Mondbahn gegen den mathematischen Horizont auf der Strichspuraufnahme. Wie in Abbildung 8 veranschaulicht ist, setzt sich die gesuchte Höhendifferenz Δh aus der Deklinationsdifferenz $\Delta \delta$ und der durch die Höhenparallaxe bedingten Rektaszensionsdifferenz $\Delta \alpha$ zwischen der geozentrischen und der scheinbaren Mondposition zusammen. Ist die Deklinationsdifferenz und der Winkel α zwischen der Mondbahn und der Horizontalen bekannt, so berechnet sich die Höhendifferenz Δh nach $\Delta h = \Delta \delta / \cos \alpha$.

Dieses Auswerteverfahren setzt voraus, dass die Vertikalrichtung der Strichspuraufnahme parallel zur lotrechten Richtung liegt. Während der Aufnahme ist deshalb darauf zu achten,

dass die Kamera nicht schief steht. Im allgemeinen wird man sich bei diesem Verfahren Schiefstände von einigen wenigen Grad einhandeln, wenn man ein zeitaufwendiges exaktes Justieren der Kamera vermeiden will. Für die Güte des Verfahrens, die durch andere Effekte stärker begrenzt ist, ist auch das unerheblich. Der Abbildung 5 entnimmt man $\alpha = 41^\circ$. Da die Sterne in der Bildmitte in Äquaturnähe stehen, schneiden sie unter einem Winkel von ca. $90^\circ - f = 42,5^\circ$ in den mathematischen Horizont. Die Kamera war also hinreichend genau justiert. Bei den Untergängen am 1., 2. und 3. August, die viel weiter im Süden erfolgten, war $\alpha = 31^\circ$ (Abbildung 6).

Hat man die Deklinationsdifferenz in eine Höhendifferenz umgewandelt, so ist noch zu beachten, dass der Unterschied zwischen der geozentrischen und der topozentrischen Höhe nicht nur durch die Höhendifferenz gegeben ist, sondern auch ein kleiner richtungsverändernder Effekt eingeht, der durch die Brechung des Mondlichtes auf dem Weg durch die Erdatmosphäre zustande kommt. Diese Lichtbrechung führt zu einer scheinbaren Erhöhung der Gestirns, weil der auf das Auge treffende Lichtstrahl auf seinem Weg durch die Lufthülle gekrümmt wird und in rückwärtiger Verlängerung, die das Gehirn des Beobachters als tatsächliche Gestirnsposition interpretiert, höher gegen den Himmel ragt, als der Mond wirklich steht. In der folgenden Refraktionstafel sind diese Erhöhungen durch die Lichtbrechung in Abhängigkeit von der scheinbaren Höhe für 1013 hPa Luftdruck und 10°C Temperatur in Bogenminuten angegeben. Zwischenwerte können geschätzt werden.

Refraktionstafel

Scheinbare Höhe:	10°	9°	8°	7°	6°	5°	4°	3°	2°	$1,5^\circ$	1°	$1,5^\circ$	0°
Refraktion:	5,3'	5,9'	6,6'	7,4'	8,5'	9,9'	11,8'	14,4'	18,3'	21,1'	24,6'	29,5'	35,4'

In der Abbildung 9 sind die verschiedenen Höhenwinkel und die Effekte, die Höhenänderungen hervorrufen, systematisch zusammengestellt und in ihre richtige Beziehung gebracht. Bei der Beobachtung nehmen wir die scheinbare Position des Mondes wahr. Sie ist durch die Refraktion gegenüber der topozentrischen Position erhöht. Die topozentrische Position liegt wegen des Effektes der Höhenparallaxe niedriger als die geozentrische Mondposition. Nun sind alle Effekte, die im Rahmen der hier angestrebten Genauigkeit Berücksichtigung finden sollten, angesprochen und die Auswertung kann beginnen. Sie erfolgt nach folgendem Schema: Aus der Deklinationsdifferenz $\Delta\delta$ und dem Winkel α der Mondbahn gegen die Horizontale wird die Höhendifferenz Δh bestimmt. Zu diesem Wert wird die Refraktion R hinzugezählt, weil die Lichtbrechung mit ihrer scheinbaren Anhebung der Gestirnsposition die eigentliche Höhenparallaxe verkleinert. Wer an einem flachen Landschaftshorizont beobachtet, kann die scheinbare Höhe zu Null setzen und immer die Horizontalrefraktion von $35'$ einsetzen. Alle angesprochenen Daten sind nun in der folgenden Tabelle eingetragen.

Datum, Uhrzeit	Dekl.diff.	Δh	sch. Höhe	Ref.	Δh_{kor}	S/R
22. 7. 2001, 21:29 Uhr	- 0,01 ?	---	---	---	---	---
24. 7. 2001, 22:55 Uhr	0,96	1,27	6°	0,14	1,41	40
25. 7. 2001, 23:32 Uhr	0,79	1,05	4°	0,20	1,25	46
27. 7. 2001, 00:12 Uhr	0,82	1,09	1°	0,36	1,45	40
28. 7. 2001, 00:38 Uhr	0,46	0,61	1°	0,38	0,99	58
29. 7. 2001, 01:00 Uhr	- 0,45 ?	---	---	---	---	---
31. 7. 2001, 01:30 Uhr	---	---	---	---	---	---
1. 8. 2001, 02:07 Uhr	0,51	0,59°	6°	0,14	0,73	78
2. 8. 2001, 02:58 Uhr	0,57	0,66°	6°	0,14	0,80	71
3. 8. 2001, 03:50 Uhr	0,57	0,66°	7°	0,12	0,78	73

Die um den Lichtbrechungseffekt bereinigte Höhendifferenz Δh_{kor} ist die gesuchte Höhenparallaxe H des Mondes und damit ein direktes Maß für die Mondentfernung S in Einheiten des Erdradius R . Ausgehend von den Formeln für die Parallaxen (in Abb. 7) erhält man durch Gleichsetzen von Δh_{kor} und H und anschließender Umstellung nach S/R :

$$H0 = \arcsin \frac{R}{S} \quad (\text{Horizontalparallaxe})$$

$$H = H0 \cdot \cos h \quad (\text{Höhenparallaxe})$$

$$\Delta h_{\text{korrr}} = \frac{\Delta d}{\cos a} + R \quad (\text{Höhendifferenz Topozentrum - Geozentrum})$$

$$H0 \cdot \cos h = \arcsin \left(\frac{R}{S} \right) \cdot \cos h = \Delta h_{\text{korrr}} \Leftrightarrow \frac{R}{S} = \sin \left[\frac{\Delta h_{\text{korrr}}}{\cos h} \right] = \sin \left[\left(\frac{\Delta d}{\cos a} + R \right) / \cos h \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{S}{R} = \frac{1}{\sin \left[\left(\frac{\Delta d}{\cos a} + R \right) / \cos h \right]} = \frac{1}{\sin \left[\frac{\Delta h_{\text{korrr}}}{\cos h} \right]} \quad (\text{Mondabstand } S \text{ in Erdradien } R)$$

Mit dieser Formel erhält man die in der letzten Spalte der Tabelle angegebenen Mondabstände in Einheiten des Erdradius. Es stellt sich heraus, dass die am Bildrand der Strichspur-Bezugsaufnahme liegenden Monduntergänge zu sehr falschen Werten führen (z.B. auch negative Höhendifferenzen), was leicht begründet werden kann. Vorausgesetzt bei dieser vereinfachten Auswertemethode ist ja die Übertragbarkeit der Strichspurdeklinationen auf den Horizont. Im allgemeinen wird man höher liegende Sternspuren, die den Horizont nicht erreichen, durch sinnvolles Verlängern bis an den Horizont heranführen. Dieses Verfahren ist natürlich mit Fehlern behaftet, die umso größer sind, je weiter die Strichspur vom Horizont entfernt ist und je näher eine Spur am Bildrand liegt. Dabei machen sich bei allen Fotografien die verzerrenden Effekte der Zentralprojektion auf weiter außen liegende Koordinaten störend bemerkbar. Weiterhin setzt man bei der Ermittlung der scheinbaren Monddeklinaton aus zwei benachbarten Strichspurdeklinationen bei diesem elementarisierten Verfahren implizit voraus, die Zwischenwerte der scheinbaren Deklinationen verteilen sich linear zwischen den begrenzenden Strichspurdeklinationen. Dies stimmt aber nur für die Bildmitte hinreichend genau. Die Verzerrungseffekte am Rand führen auch zum Verlust der Linearität der Zwischenwerte in diesen Bildregionen. Vereinfacht ausgedrückt: Die Deklinationskala wird zum Bildrand hin mehr und mehr gedehnt. Folglich ist darauf zu achten, dass nur die der Bildmitte nahe stehenden Messungen ausgewertet werden und benachbarte Strichspuren ober- und unterhalb des Mondes, die nicht überweite Strecken bis zur Horizontlinie von Hand verlängert werden müssen, zur Deklinationsbestimmung bemüht werden. Aus diesen Gründen beschränken wir uns bei der hier vorgestellten Messreihe auf solche Monduntergänge, die hinreichend leicht auswertbar waren. In der obigen Tabelle sind die entsprechenden Daten fett gedruckt.

Eingang in die Auswertung finden die Größen h , α und $\Delta\delta$. Alle diese Größen sind bei unserer vereinfachten Auswertung anhand der Abbildungen 5 und 6 mit Fehlern behaftet. Der Fehler bei der Bestimmung des „Untergangswinkels“ mag im Bereich einiger weniger Winkelgrade liegen, wie sie typisch für eine freihändig ausgerichtete Kamera sind (z.B. 3°). Der Fehler in der Höhenbestimmung ist dem Zeitfehler anzulasten, der entsteht, wenn der Zeitpunkt des Kontaktes des Mondunterrandes mit dem unregelmäßigen Landschaftshorizont festgehalten wird. Dieser Fehler liegt mit geschätzten $0,2^\circ - 0,3^\circ$ im Bereich des halben Mondhalbmessers. Den größten Fehler handelt man sich bei der Bestimmung der scheinbaren Deklination der Mondmitte ein. Der Mond ist ja durch Bildvergleich zeichnerisch an den Horizont zu setzen. Dieses mehrschrittige Bildauswerteprozedur ist fehleranfällig und wohl nur auf $0,2^\circ - 0,3^\circ$ genau.

Eine systematische Fehlerberachtung auf der Basis dieser geschätzten Einzelfehler ist zumindest in der Sekundarstufe 1 wegen der dort nicht vorhandenen Kenntnisse in Differentialrechnung und Fehlerfortpflanzung nicht möglich. Beachtet man aber die obigen Anmerkungen und wertet nur die Mondmessungen nahe der Bildmitte der Bezugsaufnahme und mit nah benachbarten Strichspuren aus, so läßt sich durch die Bestimmung des Mittelwertes aus mehreren Mondmessungen und die Berechnung der Standardabweichung des

Mittelwertes ein Einblick in die Güte der Methode gewinnen. Mit den verbleibenden sieben Messwerten erhält man ein Ergebnis für die Mondentfernung von 58 ± 6 Erdradien. Der Literaturwert für die mittlere Mondentfernung liegt gerundet bei 60 Erdradien.

Ein Nachweis der variablen Mondentfernung und damit die Bestimmung des anomalistischen Monats ist mit dieser Methode nicht möglich. Dafür sind die Ergebnisse dann doch zu ungenau. Festzuhalten bleibt aber, dass mit der Kleinbildkamera die Höhenparallaxe des Mondes schon gut entdeckt und mit der simplen Strichspurtechnik respektable Ergebnisse für die Mondentfernung erhalten werden.

Ohne eine Absprache mit anderen Beobachtergruppen, die zur theoriefreien Bestimmung der Mondparallaxe an entfernten Stellen der Erde zeitgleich beobachten müssen, ist damit eine Bestimmung der physikdidaktisch bedeutsamen Mondentfernung im Astronomieunterricht möglich. Eine solche Absprache mit Schülergruppen und Beobachtern in fernen Ländern zu weltumspannenden Parallaxenmessungen ist sicher sehr reizvoll, aber auch aufwendig, und sie wird deshalb erfahrungsgemäß nur in vereinzelt Projekten realisiert. Wegen des organisatorischen Vorlaufs lässt sich ein solches Projekt nicht schnell bei einer sich im Unterricht bietenden Gelegenheit einfügen.

Den Vorteil der Unabhängigkeit von länder- und terminkalenderübergreifenden Verabredungen bei der hier präsentierten Methode erkaufte man sich allerdings mit einem Rückgriff auf die geozentrische Deklination, die einem Jahrbuch entnommen oder mit einer Astronomiesoftware berechnet werden muss, und deren Berechnungsweise in der Sekundarstufe 1 noch nicht entwickelt werden kann. Insofern genügt das Verfahren nicht den Ansprüchen nach einer in sich geschlossenen Methode, die sich bereits auf elementarem Niveau fundiert und vollständig vermitteln lässt. Andererseits führt sie zu einer abwechslungsreichen Projektarbeit unter Einbeziehung eigener Beobachtungen mit Fernglas und Spiegelreflexkamera, Computer, Bildbearbeitungs- und Astronomiesoftware und einfacher Geometrie bei der Auswertung.

Was ist eine Mondwende?

Das hier vorgestellte Beobachtungsmaterial eignet sich auch hervorragend für die Behandlung der komplexen Frage nach Art und Ablauf einer Mondwende. Diese Fragestellung, die gewiß ohne jede Implikation auf die Forschungsinteressen der modernen Astronomie ist und wohl auch im einführenden Astronomieunterricht nicht angebracht ist, wurde im Forschungsgebiet der Archäoastronomie, welches sich mit den astronomischen Fähigkeiten der Steinzeitmenschen befasst, vor einigen Jahrzehnten leidenschaftlich und kontrovers diskutiert. Alle Behauptungen und Erwiderungen zu diesem Thema basieren auf theoretischen Modellrechnungen. Empirisches Material mit tatsächlich beobachteten Mondwenden findet man in der Literatur vergeblich. Zumindest als konkretes Anschauungsbeispiel kann die nun beschriebene Beobachtung einer einzigen Mondwende im August 2001 dazu beitragen, die theoretischen Betrachtungen auf eine empirische Basis zu stellen.

Von Alexander Thom wurde in den 60er Jahren die Behauptung aufgestellt, die Priesterastronomen der Stein- und Bronzezeit hätten durch die systematische Beobachtung der Mondwenden sogar die Systematik der Mondfinsternisse entdecken und künftige Finsternisereignisse vorhersagen können [1,2]. Die Einzelheiten dieser ausgefeilten Hypothese und die zahlreichen Gründe, die gegen die Kenntnis dieser Methode und ihre Anwendung in der Steinzeit sprechen, wollen wir hier nicht aufrollen. Dazu sei auf die Literatur verwiesen. Als wesentlich vorausgesetzt bei diesen Hypothesen der archaischen Präzisionsastronomie ist immer die Bestimmbarkeit des monatlichen Deklinationsmaximums (MMD) mit etwa Bogenminutengenauigkeit. Da der Mond höchstens zweimal am Tag im Horizont steht und nur dann mit Hilfe des natürlichen Landschaftshorizontes oder gerichteten Steinsetzungen der Positionsmessung zugänglich ist, wird man i.a. den Mond nicht im Deklinationsextrem antreffen. Viel wahrscheinlicher ist das Erreichen seines extremalen Deklinationwertes, wenn

er hoch am Himmel steht oder unterhalb der Horizontlinie verborgen ist. Bereits in wenigen Stunden verändert er seine Deklination so stark, dass auch nicht mit nur annähernd Bogenminutengenauigkeit sein monatlicher Maximalwert durch eine einzige Beobachtung gefunden werden kann.

Die Abbildung 10 veranschaulicht dies. Dargestellt sind Strichspuraufnahmen der Monduntergänge vom 1., 2. und 3. August (von oben nach unten). Manchmal zogen Wolken vor die Mondscheibe, so dass die Strichspuren des Mondes Unterbrechungen zeigen. Die tatsächlichen Bahnverläufe des Mondes lassen sich aber in ihrer Lage zum natürlichen Landschaftshorizont gut rekonstruieren. Die Position der Kamera war bei allen Aufnahmen innerhalb von 20 cm identisch; die Entfernung des Landschaftshorizontes betrug mehrere Kilometer. Die Genauigkeit der Peilung ist damit wesentlich besser als 1 Bogenminute. Durch den Vergleich der Aufnahmen stellt man fest, dass der Mond am 2. August seinen südlichsten Untergang zeigte. Wann aber hat er sich auf seiner Bahn gewendet, d.h. wann endigte sein Abstieg zu südlicheren Deklinationen? Diese Frage kann nur entschieden werden, wenn die Mondbahnen der zum 2. August benachbarten Tage miteinander verglichen werden. Am 1. August lief der Mond ähnlich tief wie am 2. August, wenn auch nicht ganz so niedrig. Am 3. August lag die Mondbahn wieder deutlich höher, also hatte der Mond da schon wieder eine nördlichere Deklination als am 2. August.

Weil der Mond mit immer geringer werdenden stündlichen Deklinationsveränderungen in sein südlichsten Extrem läuft, fand die tatsächliche Mondwende zwischen dem 1. und dem 2. August statt. Wäre die Mondwende durch die Aufnahme am 2. August exakt festgehalten worden, so lägen die Mondbahnen der Nachbartage nicht asymmetrisch zur Bahn am Mitteltag, sondern exakt auf gleicher Höhe.

Die tatsächlich beobachteten Verhältnisse sind in der Abbildung 11 in ein Deklinationsdiagramm eingezeichnet. Aufgetragen ist der Betrag der Monddeklination Anfang August 2001 gegen die Zeit. Der Deklinationsverlauf des Mondes, sein Wandern ins Extremum und sein darauffolgender Abstieg zu kleineren Deklinationsbeträgen sind hier durch eine Parabel dargestellt. Die Parabel ist innerhalb weniger Tage um die Mondwende herum eine sehr gute Näherung für den eigentlich cosinusförmigen Deklinationsverlauf, wie nun gezeigt wird. Um das monatliche Deklinationsmaximum δ_{MMD} herum folgt die Deklination folgendem Funktionsverlauf:

$$d(t) = d_{MMD} \cdot \cos\left(\frac{2p \cdot t}{P}\right)$$

Die Gesamtumlaufzeit P des Mondes ist der siderische Monat. Im folgenden werden die Defizite der Deklination zum monatlichen Maximalwert δ_{MMD} betrachtet:

$$\partial d = d_{MMD} - d(t) = d_{MMD} - d_{MMD} \cdot \cos\left(\frac{2p \cdot t}{P}\right) = d_{MMD} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2p \cdot t}{P}\right)\right) = 2 \cdot d_{MMD} \cdot \sin^2\left(\frac{p \cdot t}{P}\right)$$

Im letzten Schritt wurde eine Vereinfachung mit Hilfe einer elementaren trigonometrischen Beziehung vorgenommen. Wenige Tage um die Mondwende herum ist $t \ll P$ und der Sinus kann durch sein Argument angenähert werden.

$$\partial d \approx 2d_{MMD} \cdot \left(\frac{p \cdot t}{P}\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot d_{MMD} \cdot p^2}{P^2}\right) \cdot t^2$$

Damit ist der parabelförmige Verlauf des Deklinationsdefizits gezeigt, und wir wenden uns wieder dem konkreten Beispiel und der Abbildung 11 zu.

Die roten Punkte stellen die drei Messwerte dar. Sie sind in der Zeit jeweils um 24 Stunden und 51 bzw. 52 Minuten voneinander getrennt. In diesen Zeitabständen steht der Mond wieder am etwaigen Horizontort der Mondwende (Abb. 10.).

Die vieldiskutierte Fragestellung der Archäoastronomie lautet nun: Lässt sich aus der Abfolge der drei um die Mondwende gelegenen Untergänge jener Differenzbetrag in der Deklination mit Bogenminutengenauigkeit ermitteln, um den der tatsächliche Wert der monatlichen Maximaldeklination (MMD) den beobachteten Maximalwert (hier am 2. August 2001)

übertrifft? Dann ließen sich durch langjährige Beobachtungsreihen nicht nur der absolute Nord- oder Südstand der Mondbahn und damit die Lage der Knotenpunkte in Relation zum Frühlings- und Herbstpunkt ermitteln, sondern auch eine winzige periodische Störung der Mondbahninklination mit einer Amplitude von ca. $9'$, die synchron mit dem halben Finsternisjahr von 173,3 Tagen läuft, um welches sich wiederum im Kalender die Mondfinsternisse scharen [3,4].

In der Tat läßt sich ein solches Verfahren, welches auf den drei Beobachtungen und der Parabelnäherung des Deklinationsverlaufs basiert, konstruieren. Dieses Verfahren werden wir hier nun anwenden und das Ergebnis mit den richtigen Werten, die uns die Astronomiesoftware liefert, vergleichen. Wie das Ergebnis auch ausfällt, als *Experimentum Crucis* für die Behauptungen über die Beobachtungsfähigkeiten der Menschen der Vorzeit kann es keinesfalls gewertet werden. Die Beobachtung nur einer einzigen Mondwende, überdies mit der Strichspurtechnik, mit der man die visuelle Genauigkeit nicht erreicht, ist dazu sicher nicht ausreichend. Es soll aber ein grundsätzliches Licht auf die Frage geworfen werden, wie genau eine visuelle Positionsastonomie sein kann und wie man vorgehen muss, um das letzte an Genauigkeit aus visuellen Beobachtungen herauszuholen. Der Mondlauf mit seinen raschen Deklinationsveränderungen ist zur Diskussion dieser Frage der härteste Prüfstein.

Das Konstruktionsverfahren arbeitet wie folgt. Aus den drei Beobachtungspunkten auf der Kurve des Deklinationsverlaufs lassen sich systematisch beliebig viele weitere Punkte der Parabel zwischen den begrenzenden Beobachtungstagen 1 und 3 ermitteln, die dem wirklichen Extremwert der Deklination schnell bis auf Bogenminutengenauigkeit nahe kommen. Dazu wird zunächst die sog. Extrapolationslänge $4G$ (wir folgen hier der Notation von Alexander Thom) ermittelt, die als Maßstab für das Extrapolieren der gesuchten MMD aus dem beobachteten Werten dient. Thom's Annahme, dieser Wert $4G$ sei allmonatlich gleich und damit eine konstante Größe im Mondlauf, hat sich als falsch herausgestellt [5,6,7]. Wegen der Geschwindigkeitsänderung auf der Bahnellipse, die sich in der Darstellungsweise der Abbildung 11 in von Monat zu Monat verschieden erweiterten Parabeln und variablen Zeitabständen zwischen den rot gezeichneten Messpunkten äußert, schwankt G bis zu 30% um den Mittelwert. Er ist also für jede Mondwende intrinsisch aus den drei Untergangsbeobachtungen neu zu ermitteln, und kann nicht auf jene Monate übertragen werden, wo vielleicht eine Untergangsbeobachtung wegen schlechter Witterung ausfiel (dies ist das Hauptargument gegen die ganze Thom'sche Theorie).

Man erhält $4G$, wenn man den Deklinationsmittelwert der Messungen 1 und 3 bildet und diesen vom beobachteten Maximalwert am Messtag 2 abzieht. Da sich wegen des parabelförmigen Verlaufs die Deklinationsänderungen zwischen 1 und 2 bei Halbierung der Zeitspanne zwischen 1 und 3 ebenso quadratisch verhalten wie die Deklinationsänderungen zwischen 1 und 3, läßt sich nun das Schema der drei aufeinanderfolgenden zeitlich äquidistanten Mondbeobachtungen im halbierten Zeitmassstab auf die Spanne zwischen 1 und 2, in der ja das MMD liegt, übertragen. Bei halbiertem Zeit ist die Extrapolationslänge gemäß des parabolischen Verlaufs zu vierteln. Im ersten Schritt des Extrapolationsverfahrens wird nun der Wert G zur Ermittlung einer Zwischendeklination dem Deklinationsmittelwert der Messungen 1 und 2 zugeschlagen (Abb. 11 unten; grün gezeichnet). Dieses Verfahren wird so oft mit den Stützpunkten, die das MMD einklammern, mit den Extrapolationswerten $G/4$, $G/16$, ... wiederholt, bis man einen Stützpunkt nahe des Parabelscheitels konstruiert hat. Im allgemeinen wird man nach zwei Schritten und der Extrapolation mit der Länge $G/4$ abbrechen (in Abb. 11 unten in blau gezeichnet). Das MMD berechnet sich damit zu:

$$4G = d_2 - \frac{|d_1 - d_3|}{2} \text{ (Extrapolationslänge)}$$

1. Extrapolationsschritt :

$$d_{\text{Zwischenwert}} = \frac{|d_1 - d_2|}{2} + G$$

2. Extrapolationsschritt

$$MMD = \frac{|d_{\text{Zwischenwert}} - d_2|}{2} + G/4 \text{ (monatliches Maximum der Deklination)}$$

In der Steinzeitastronomie werden allerdings nicht direkt Deklinationswerte gemessen, sondern Deklinationen in Strecken auf dem Erdboden überführt, die sich zwischen verschiedenen Beobachtungspositionen ergeben, wenn man die drei aufeinanderfolgenden Beobachtungen derart durchführt, dass der Mond immer an der gleichen Stelle des Landschaftshorizontes auf oder untergeht. Die Extrapolationslänge G äußert sich dann in einer Weglänge auf der Mondbeobachtungsstätte, einem „Mondweg“, auf der dann auch das Extrapolationsverfahren durchgeführt werden kann (Abb. 12).

Da die Monduntergänge der Abb. 10 von einem gleichbleibenden Ort durchgeführt wurden, scheidet dieses Verfahren der in die Landschaft übertragenen Deklinationen hier aus. Wir beschränken uns deshalb auf die Bestimmung des Zuwachses der Deklination zwischen dem Beobachtungsmaximum am 2. August und dem MMD, für den wir nur die relative Lage der drei Mondbahnen benötigen. Ein erneuter Blick auf die Abbildung 6 liefert alle erforderlichen Daten. Die Breite der Mondbahnen wird als Deklinationsnormal verwendet. Die Genauigkeit der Extrapolationsrechnung ist dadurch auf ca. $2' - 3'$ begrenzt. Man findet vom 1. zum 2. August einen Zuwachs der scheinbaren Deklination von $15'$ und vom 2. auf den 3. August eine Minderung in der scheinbaren Deklination von $53'$. Zwischen dem 1. und 3. August liegt die Differenz bei $38'$. Um wie viel höher als der beobachtete Maximalwert am 2. August ist der Deklinationsbetrag des MMD?

Die Zeichnung 13 gibt Aufschluß über den Ablauf und das Ergebnis dieses konkreten Anwendungsfalls der Extrapolationstheorie. Die Extrapolationslänge $4G$ berechnet sich zu $4G = 15' + 38'/2 = 34'$. Für den Deklinationszuwachs über δ_2 , der zum Zwischenwert führt, erhält man $G - 15'/2 = 1'$. Im zweiten Schritt der Extrapolation wird $G/4 = 2'$ dem Mittelwert von δ_2 und $\delta_{\text{Zwischenwert}}$ hinzugefügt. Man erhält schließlich ein konstruiertes MMD, das um $2,5'$ höher liegt als δ_2 , der beobachtete Maximalwert am 2. August. Die Astronomiesoftware liefert für die geozentrische Deklination (die scheinbare Deklination kann man hier zur Bestimmung des MMD nicht heranziehen, da höhenabhängige Refraktionseffekte enthalten sind) beim Monduntergang am 2. August um 2.58 MESZ den Wert $-23^\circ 22,8'$. Das tatsächliche MMD fand bereits um 20.00 Uhr mit einem Wert von $-23^\circ 25,7'$ statt. Mit der Extrapolationstheorie kann man also das tatsächliche Deklinationsdefizit von knapp $3'$ im Rahmen der Genauigkeit der Strichspurauswertung sehr gut rekonstruieren.

Die Schlussfolgerung aus diesem Beispiel lautet: Vorausgesetzt, bei allen monatlich wiederkehrenden Mondwendeereignissen ist an den jeweils drei erforderlichen Messtagen klare Sicht gegeben und die zufällige Schwankung der astronomischen Refraktion bleibt unterhalb einer Bogenminute, so funktioniert die Extrapolationstheorie gut und eine Finsternisvorhersage auf der Basis der Inklinationsschwankung mit einer Amplitude von $9'$ ist möglich. Die Effekte der variablen Mondparallaxe werden durch die jeweilige Neubestimmung von $4G$ zum größten Teil mit erfasst. Die im Lauf des anomalistischen Monats variable Mondgröße wurde hier nicht diskutiert, da sie mit der Strichspurmethode nicht nachgewiesen werden kann. Der Maximaleffekt liegt bei $3'$, jedoch kompensiert er sich zum Teil mit dem Effekt der variablen Parallaxe, wenn man den Mondoberrand zur Messung der Mondposition heranzieht.

Abbildungsunterschriften

Abbildung 1:

Die scheinbare Sonnenbahn an der Himmelskugel.

Abbildung 2:

Die Lage der Mondbahn und der Knotenlinie im Raum.

Abbildung 3:

Strichspuraufnahme mit dem Landschaftshorizont von Balderschwang in westlicher Richtung. Die hellen Sterne im mittleren Bildbereich sind die Hauptsterne des Sternbilds Jungfrau. Diese Aufnahme dient als Referenz für die Deklinationsbestimmung.

Abbildung 4:

Aufnahmen der Monduntergänge vom 22., 24., 27. und 28. Juli 2001. Nächtliche Monduntergänge müssen mit der Strichspurtechnik aufgezeichnet werden, damit der Landschaftshorizont auf der Fotografie erkennbar wird.

Abbildung 5:

Zeichnung des Landschaftshorizontes, der Sternstrichspuren und der Monduntergangsorte. Dieses Bild liegt der Auswertung zugrunde. Es wird durch das Übereinanderlegen der Mondaufnahmen auf die Bezugsaufnahme und Abzeichnen gewonnen. In Klammern die Deklinationswerte der Bezugssterne.

Abbildung 6:

Zeichnung der Mondwendeuntergänge mit Strichspuren als Deklinationsreferenz. Die Aufnahmen der drei Monduntergänge wurden an eine Strichspuraufnahme angepasst. In Klammern die Deklinationswerte dreier Bezugssterne.

Abbildung 7:

Erläuterung und Berechnung der Horizontal- und Höhenparallaxe.

Abbildung 8:

Umwandlung der Deklinationsdifferenz in die Höhendifferenz.

Abbildung 9:

Erläuterung der scheinbaren und der wahren Höhe des Mondes.

Abbildung 10:

Strichspuraufnahmen der Monduntergänge vom 1., 2. und 3. August 2001 während der Mondwendezeit.

Abbildung 11:

Parabelnäherung des Deklinationsverlaufs in der Nähe des monatlichen Deklinationsmaximums.

Abbildung 12:

Skizze einer archaischen Mondbeobachtungsstätte mit „Mondweg“ für die Anwendung der Extrapolationstheorie auf dem Erdboden.

Abbildung 13:

Anwendung der Extrapolationstheorie

Literatur

- [1] A. Thom: *Megalithic Lunar Observatories*, Clarendon Press, Oxford 1971
- [2] A. Thom: *The Lunar Observatories of Megalithic Man*, *Vistas in Astronomy* Vol. 11, ed. by Arthur Beer, Pergamon Press, Oxford London New York 1969
- [3] J. M. A. Danby: *Fundamentals of Celestial Mechanics*; 2nd ed., Willmann-Bell, Richmond Virginia 1989
- [4] Volker Bialas: *Astronomie und Glaubensvorstellungen in der Megalithkultur – Zur Kritik der Archäoastronomie*, Bayerische Akademie der Wissenschaften, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse, Heft 166, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kooperation bei der Beck'schen Verlagsbuchhandlung, München 1988
- [5] Heggie, Douglas C.: *Megalithic Lunar Observatories : an Astronomer's View*; *Antiquity* 46 (43–48) 1972
- [6] McCreery, Thomas: *Megalithic Lunar Observatories – a Critique I*; *Kronos* 5 (1), 47–63, 1979
- [7] McCreery, Thomas: *Megalithic Lunar Observatories – a Critique II*; *Kronos* 5 (2), 47–63, 1979

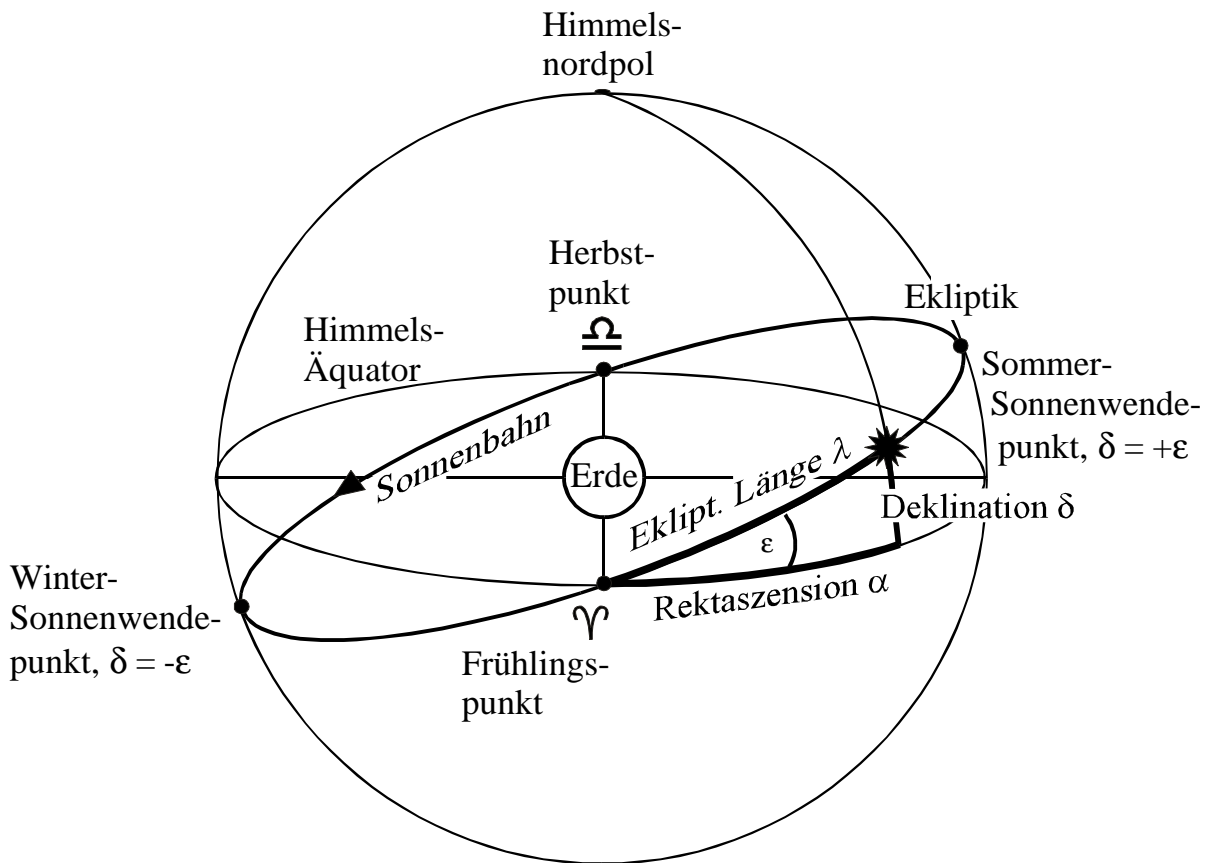


Abbildung 1: Die scheinbare Sonnenbahn an der Himmelskugel

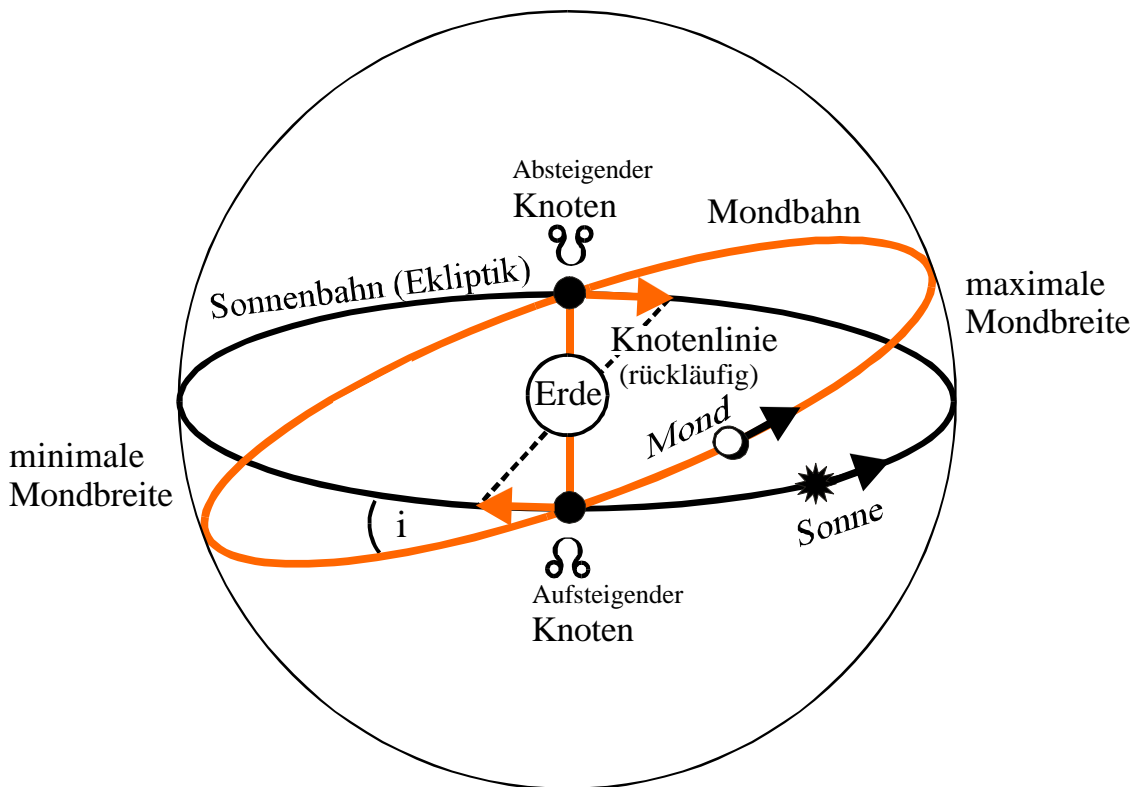


Abbildung 2: Die Lage der Mondbahn und der Knotenlinie im Raum



Abbildung 3

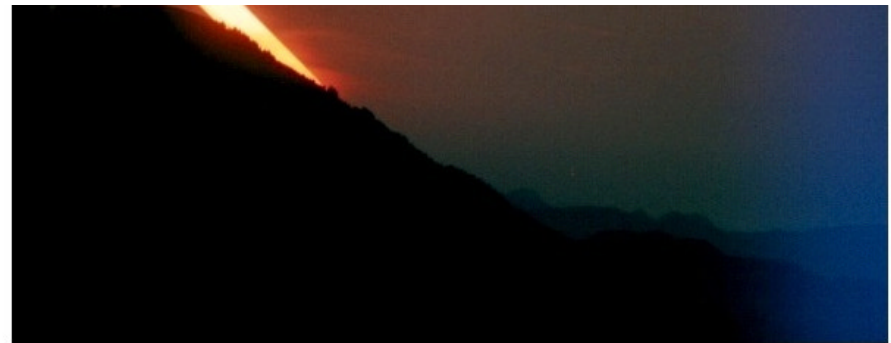
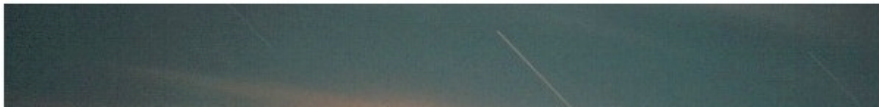


Abbildung 4

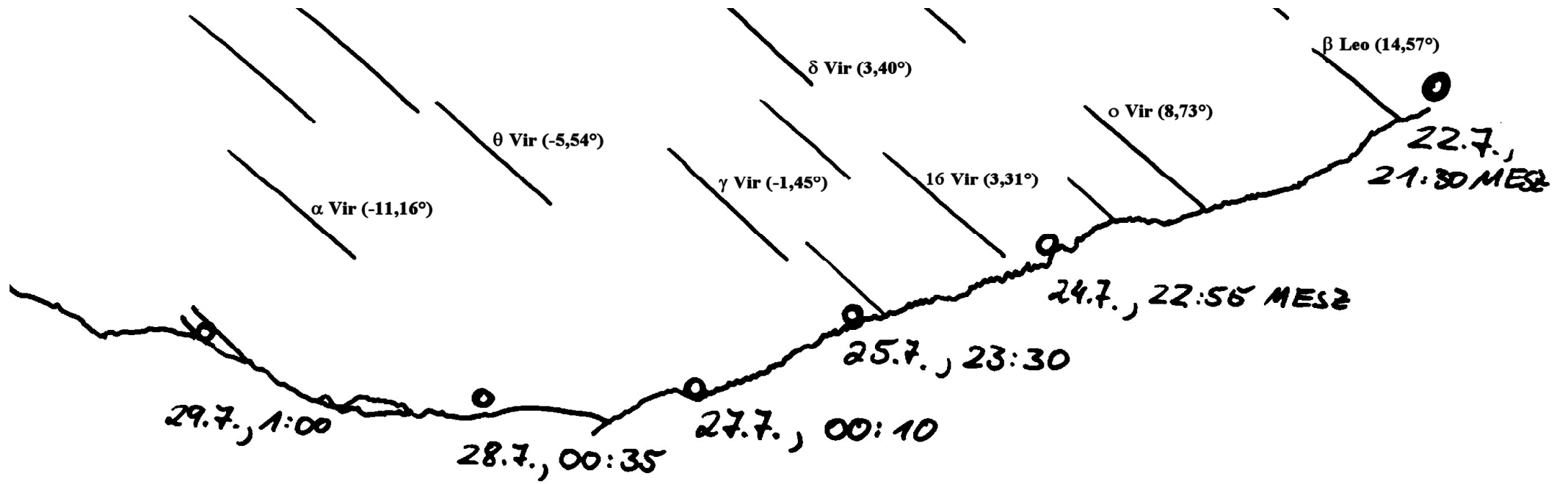


Abbildung 5

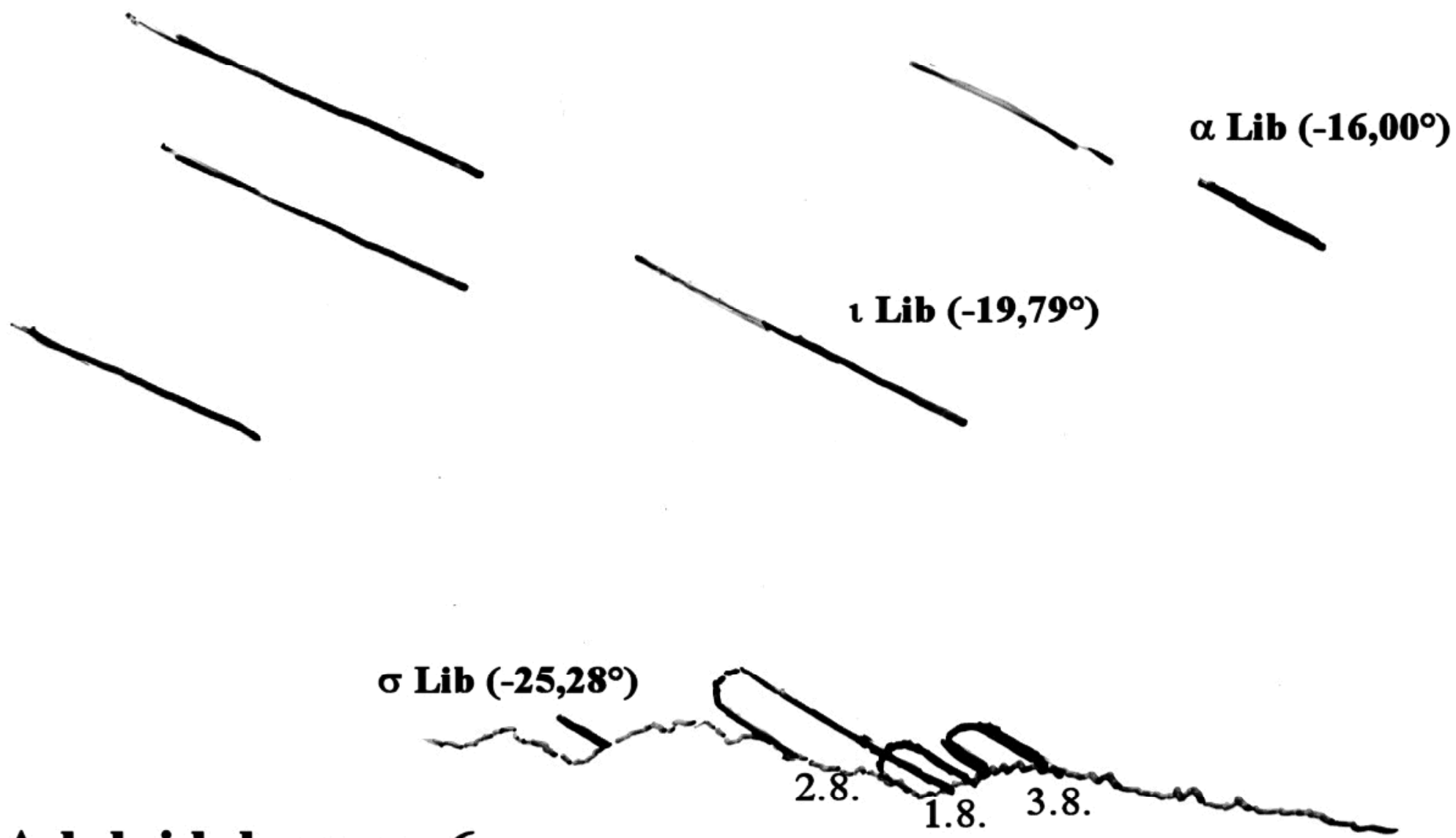
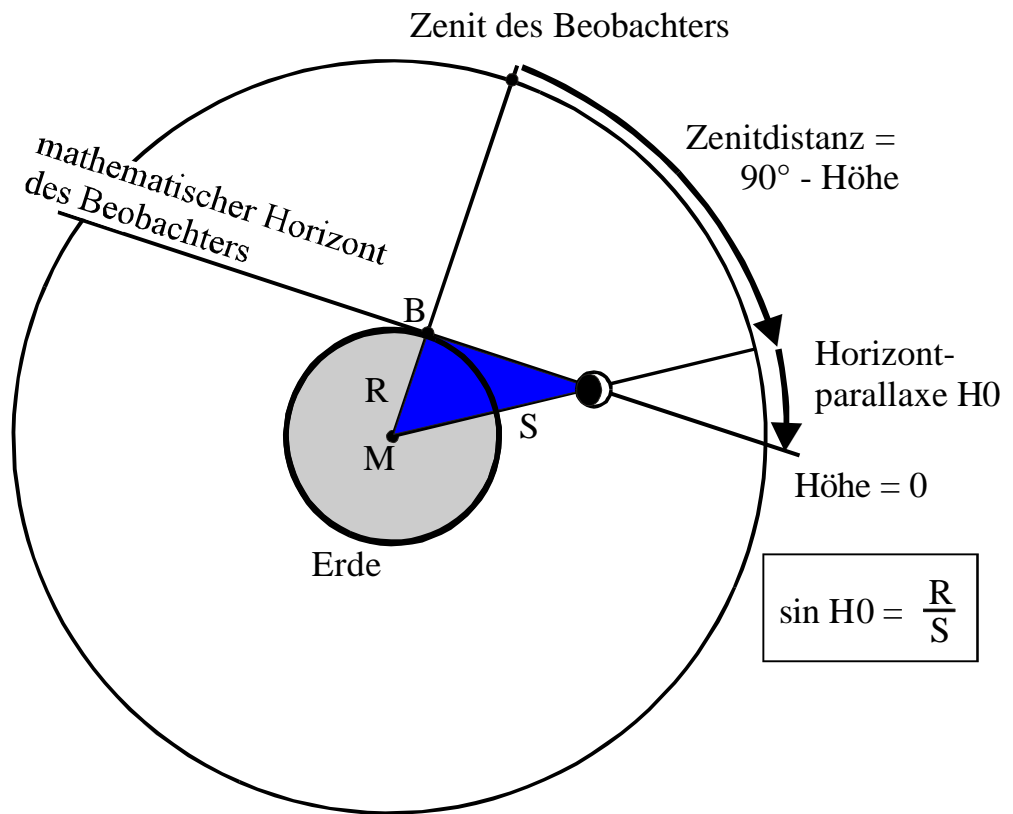
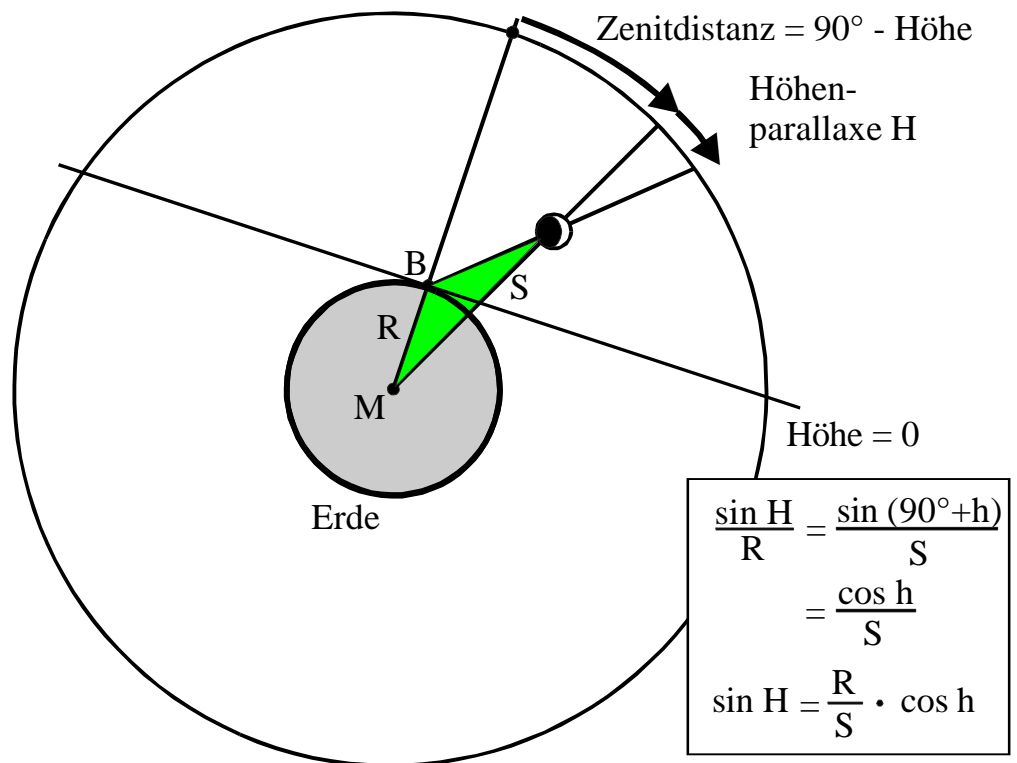


Abbildung 6

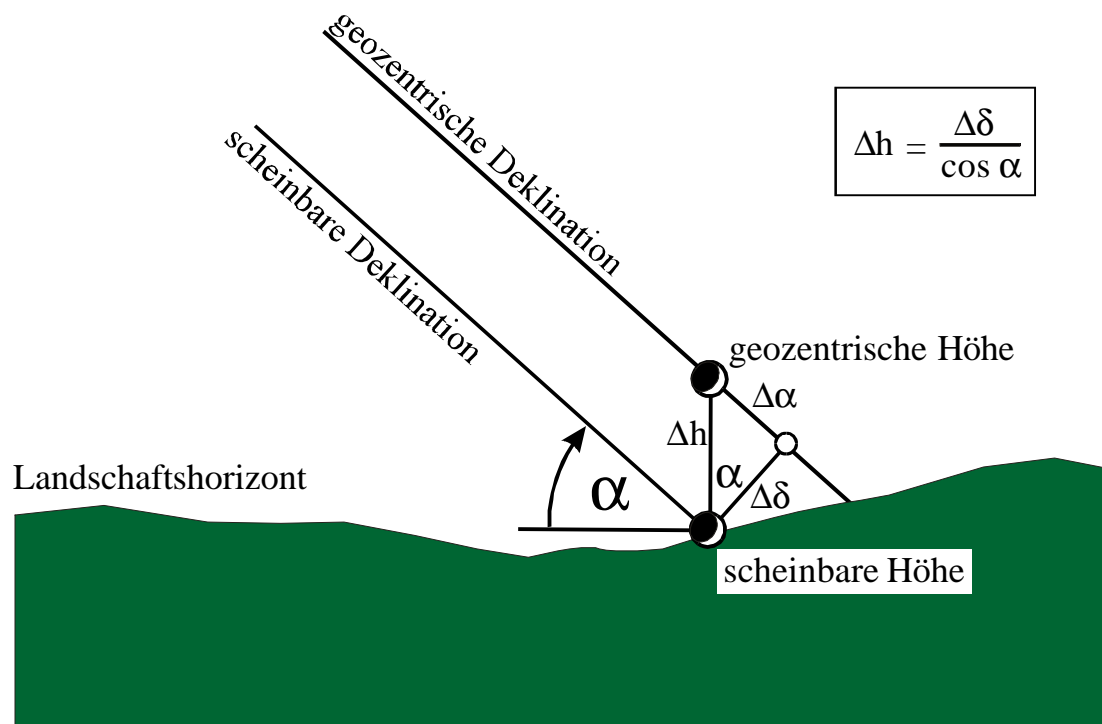


Veränderung der scheinbaren Gestirnhöhe durch die Horizontalparallaxe



Veränderung der scheinbaren Gestirnhöhe durch die Höhenparallaxe

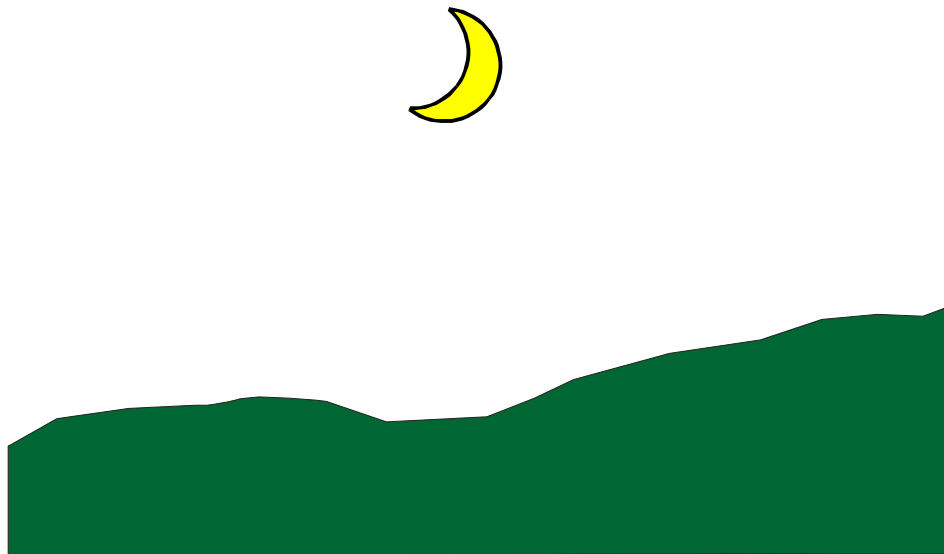
Abbildung 7



Umwandlung der Deklinationsdifferenz in die Höhendifferenz

Abbildung 8

Die Beobachtungssituation



Die scheinbare und wahre Höhe des Mondes

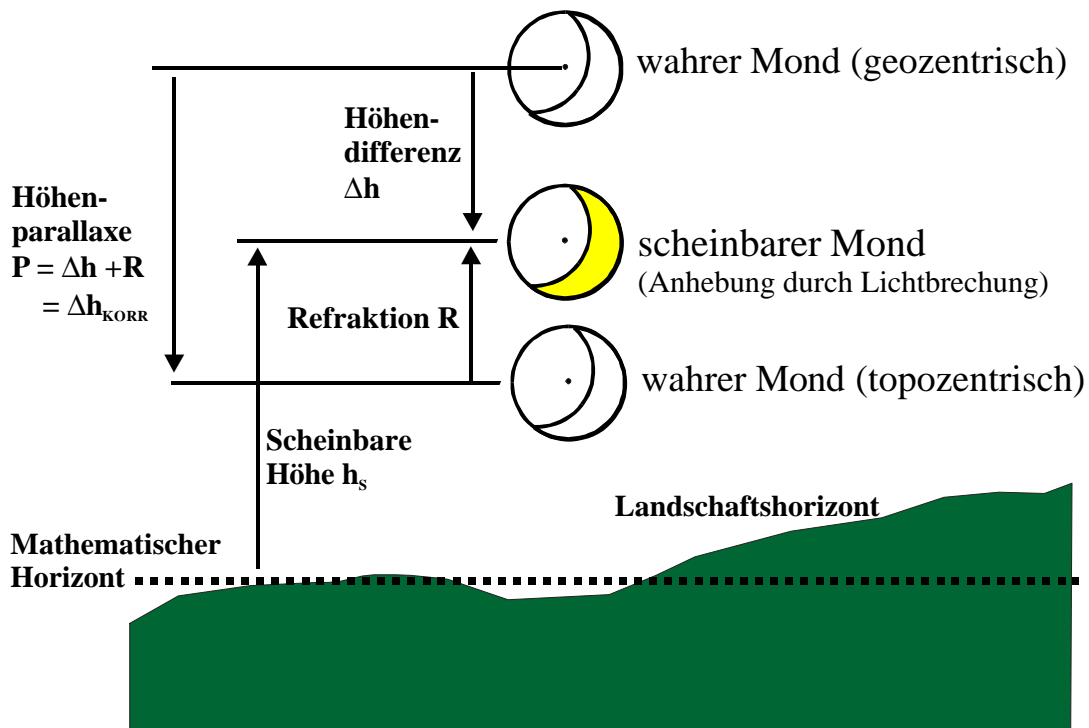


Abbildung 9



Abbildung 10

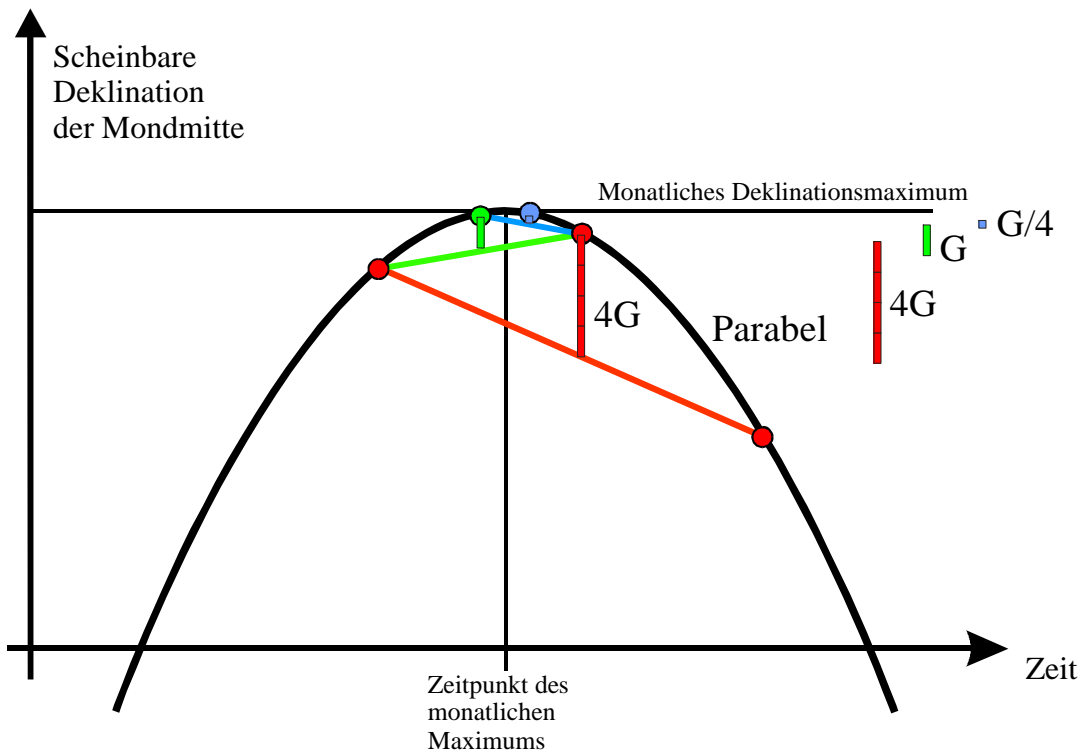
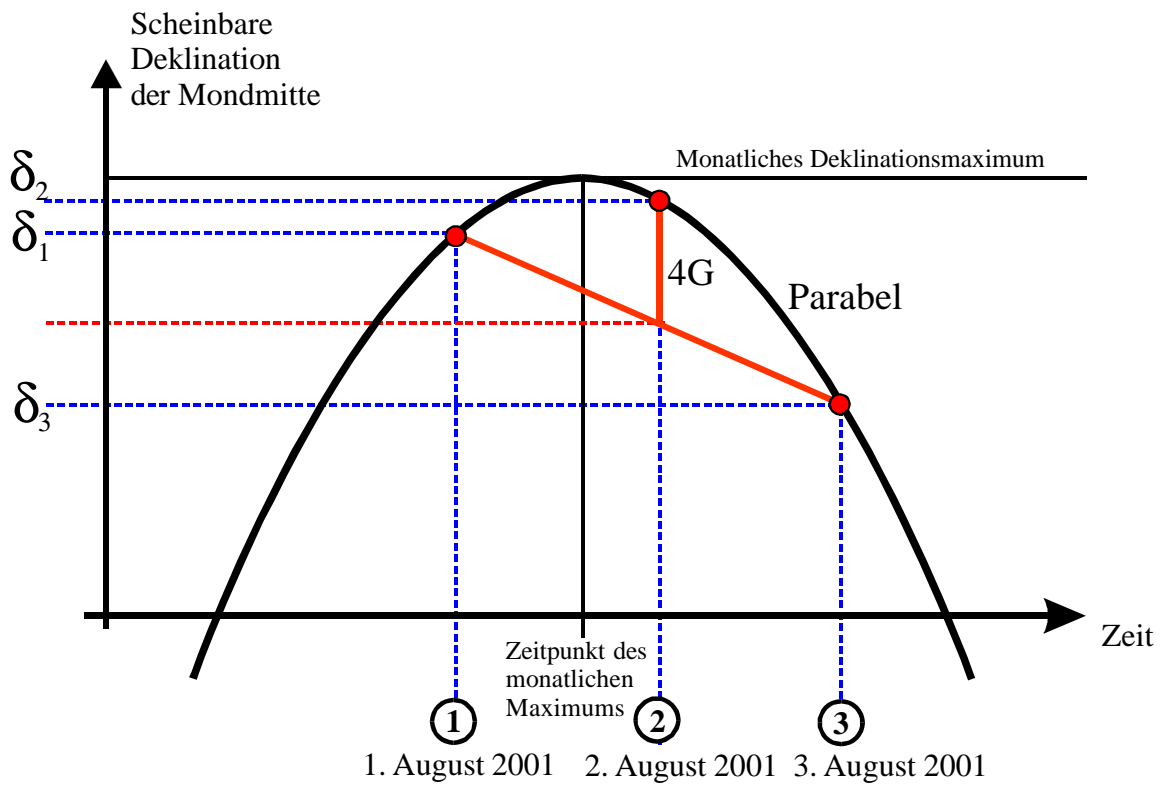


Abbildung 11: Parabelnäherung des Deklinationsverlaufs in der Nähe des monatlichen Deklinationsmaximums

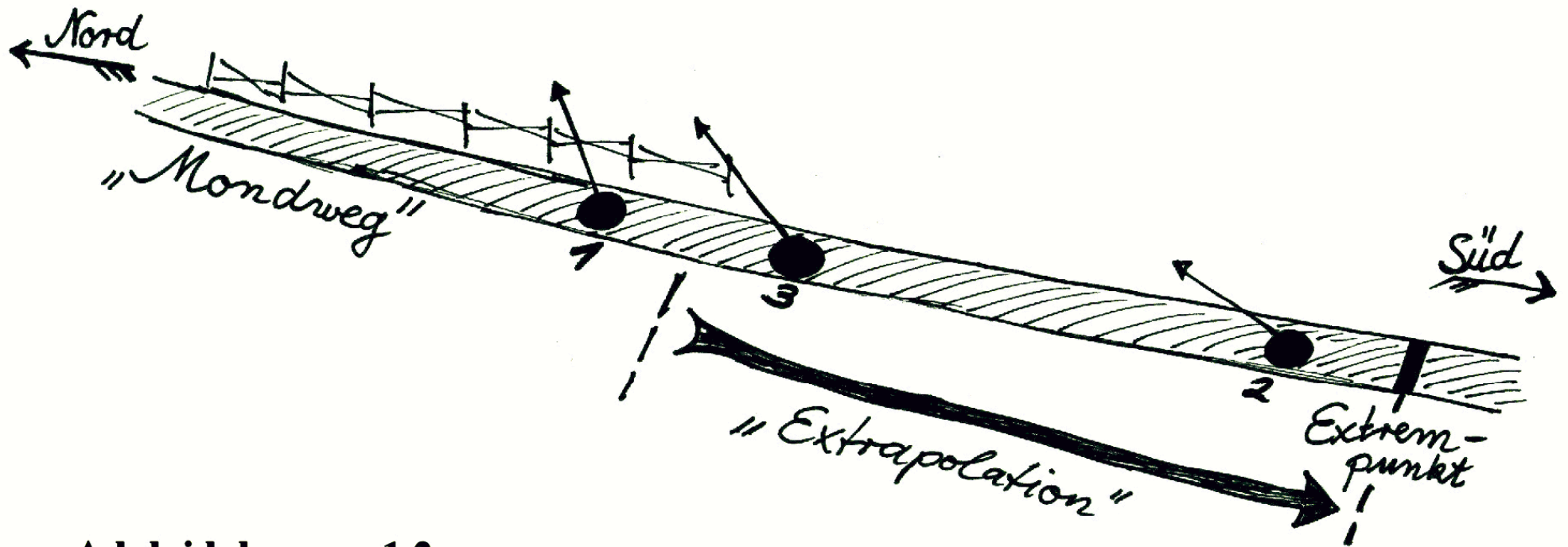
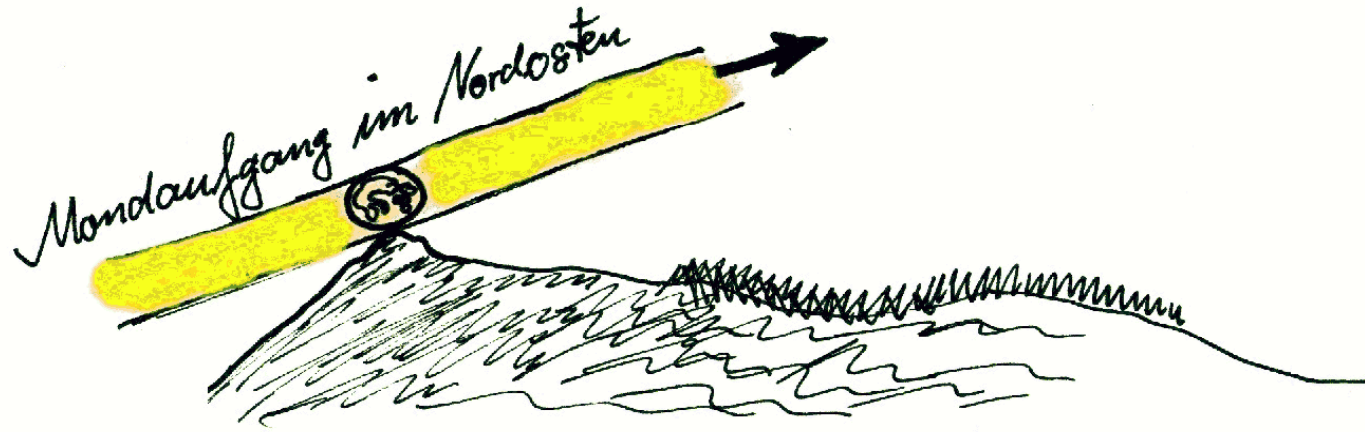


Abbildung 12

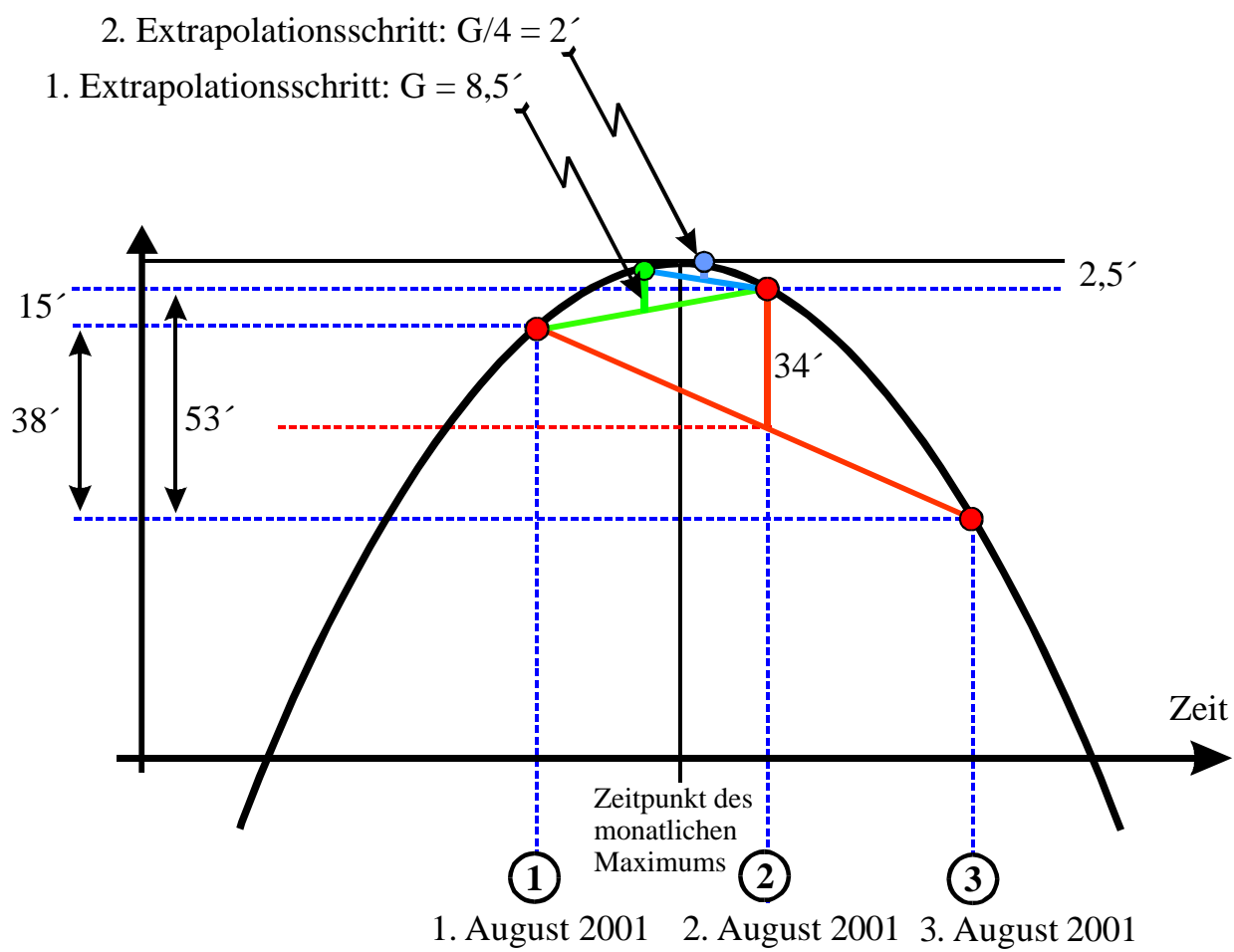


Abbildung 13: Anwendung der Extrapolationstheorie