

# Der Pharos von Alexandria

## Zur Sichtbarkeit von Spiegelreflexen und horizontnahen Punktlichtquellen

*Burkard Steinrücken*

*Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Recklinghausen,  
steinruecken@sternwarte-recklinghausen.de*

Viele Wunderdinge werden dem einstigen Leuchtturm von Alexandria nachgesagt. Und das nicht nur in architektonischer, sondern auch in technologischer Hinsicht.

War er mit trickreichen Spiegelvorrichtungen versehen, die das Versenden von Lichtsignalen und das Verbrennen anlaufender feindlicher Schiffe ermöglichte? War er gar ein Teleskop, mit dessen Hilfe die Ladung und die Besatzung entfernter Schiffe schon vor dem Einlaufen in den Hafen ausgespäht werden konnten?

Ob die sagenhaften Berichte der Vergangenheit über den Urvater der Leuchttürme den Vernunftüberlegungen der Physik standhalten, zeigt sich in diesem Aufsatz.



## Einleitung

Der sagenumwobene Leuchtturm von Alexandria zählt zu den sieben Weltwundern der Antike. Erbaut unter der Herrschaft der Könige *Ptolemaios I.* und *Ptolemaios II.* um 300 v. Chr. auf der kleinen Insel Pharos vor dem Hafen der Stadt *Alexanders des Großen*, stand er bis ins 14. Jahrhundert, als er durch mehrere Erdbeben zerstört wurde. Die Insel war durch einen Damm von sieben Stadien Länge („Heptastadion“) mit dem Festland verbunden (Abb. 1). Den Hafen von Alexandria in seiner heutigen Gestalt zeigt die Abbildung 2. Der einst schmale Damm ist mittlerweile zu einer breiten Landzunge ausgebaut worden. *Strabo* (58 v. Chr. – 25 n. Chr.) schildert die Topographie der Hafens von Alexandria in seiner *Geographia*:

*„Pharos aber ist eine längliche, fast mit dem Festlande zusammenhängende Insel und an diesem einen Hafen mit zwei Eingängen bildende Insel. Denn das zwei Landspitzen ins Meer vorstreckende Ufer bildet eine Bucht, und zwischen beiden liegt die den Busen schließende Insel; denn sie streckt sich der Länge nach vor ihm hin ... Aber auch die Spitze der Insel selbst ist ein vom Meer umspülter Felsen mit einem wundervoll aus weißem Gestein mit vielen Deckgebälken erbauten und der Insel gleichnamigen Turme.“*

Der älteste schriftliche Beleg über die Insel Pharos befindet sich im vierten Gesang der Odyssee von *Homer*, wenn auch mit einer völlig überzogenen Angabe der Entfernung der Insel vom Festland (deutsch von *J. H. Voss*):

*„Eine der Inseln liegt im wogenstürmenden Meere  
Vor des Ägyptos Strome, die Menschen nennen sie Pharos,  
So weit ab, als etwa den Tag ein geräumiges Seeschiff  
Segelt, wenn es zur Fahrt vom Land her tüchtigen Wind hat.  
Dort ist ein sicherer Hafen, allwo die Schiffer gewöhnlich  
Frisches Wasser schöpfen und weiter die Wogen durchsegeln.“*

Die Bezeichnung der Insel ging auf den gigantischen Leuchtturm über und in vielen südeuropäischen Sprachen lebt sie noch heute in den Namen für Leuchttürme fort. Auf französisch nennt man sie *phare*, auf italienisch und spanisch *faro*, auf portugisisch *farol*.

Der Pharos ist auf antiken Münzen und Grabmälern dargestellt (Abb. 3 & 4), so dass uns sein Aussehen zumindest in groben Zügen überliefert ist. Die beste Schilderung des Leuchtturms stammt vom islamischen Reisenden *Jusuf Ibn asch-Schaich* aus dem Jahr 1165. Sie verrät auch genaue Maße des in mehreren Stufen bis zu einer Höhe von 120 Meter über dem Meeresspiegel aufragenden Turms:

*„Der Eingang zum Pharos ist erhöht. Früher führte eine 183 Meter lange Rampe zu ihm hinauf. Sie ruht auf einer Reihe gewölbeter Bögen ... Es gibt sechzehn dieser Bögen, die allmählich höher werden, bis man zum Eingang gelangt ... Als wir auf dem Sims der ersten Stufe ankamen, maßen wir mit Hilfe eines Seils, an dem wir einen Stein befestigt hatten, die Höhe vom Erdboden – sie betrug 57,73 Meter. Die Brüstung war 1,83 Meter hoch. In der Mitte der Plattform der ersten Stufe setzte sich das Gebäude nach oben fort, diesmal jedoch in der Form eines Oktogons ... Wieder maßen wir mit dem Seil nach und stellten fest, dass es 27,45 Meter über der ersten Stufe lag. In der Mitte der Plattform der zweiten Stufe setzte sich das Gebäude in Form eines Zylinders ... nach oben fort ... Laut Seilmessung betrug ihre Höhe 7,32 Meter. Auf der Plattform der dritten Stufe ist eine Moschee mit vier Türen und einer Kuppel errichtet.“*

Aus zahlreichen anderen Berichten aus antiker und islamischer Zeit weiß man noch, dass der Turm auf einer quadratischen Basis mit ca. 30 Metern Seitenlänge stand, die auf das natürliche Felsenriff gemauert war. Auf dem Gesims der ersten Stufe waren Figuren angebracht, die durch Klangzeichen die Stunden angaben, die Ankunft von Schiffen meldeten und den Sonnenstand anzeigten:

*„Eine dieser Statuen hielt den Zeigefinger der rechten Hand ständig zur Sonne hin gerichtet: wenn sie in der Mitte ihrer Umlaufbahn war, zeigte der Zeigefinger diese Stellung an. Wenn sie vom Horizont verschwand, senkte sich die Hand der Statue nieder und beschrieb so den Verlauf des Gestirns.*

*Eine andere Statue zeigte alle Stunden des Tages und der Nacht durch einen wohlklingenden Ton an, der zu jeder Stunde erklang.*

*Eine dritte Statue streckte die Hand zum Meer hin. Sobald ein Feind in der Entfernung von einer eine Nacht währenden Schiffsreise war, drang ein schrecklicher Ton aus dieser Statue. Die Einwohner, die so vor dem Herannahen des Feindes gewarnt waren, konnten seine Bewegungen überwachen ...*

*Sie stellten den Leuchtturm als eine Art Küstenwache auf, indem sie oben einen Spiegel befestigten, der aus einer Art von dünnen durchsichtigen Steinscheiben gemacht war, durch den sie die Schiffe, die aus Rom kamen, in einer Entfernung sehen konnten, die das Auge nicht hätte erreichen können.“*

(Bericht des arabischen Geschichtsschreibers *Masoudi* aus dem Jahr 954 n. Chr.)

Auf dem Kegeldach des oberen Aufbaus stand eine Statue des Zeus Soter („Retter Zeus“), die nach der Christianisierung der Stadt durch den Evangelisten *Markus* um 40 n. Chr. (Abb. 5) wohl durch ein christliches Symbol, und später, als der Turm in islamischer Zeit eine Moschee besaß, durch den Halbmond ersetzt wurde. Der sieben Meter hohe Rundbau barg die Laterne. *Staius* (40 – 96 n. Chr.) beschreibt ihre Helligkeit folgendermaßen:

*„Das flackernde Licht, das sich in der Nacht über Pharos erhebt, gleicht dem Mond.“*

Diese Angabe lässt sich zur Berechnung der Sichtweite des Leuchtfeuers in den Nacht auswerten (siehe unten). An den Innenwänden des Turms liefen spiralförmige Rampen hinauf, auf denen mit Fuhrwerken Brennmaterial für das Feuer in der Laterne befördert wurde. Das Feuer war ein wichtiges Seezeichen für die Seeleute auf dem Mittelmeer, denn es

wies ihnen den Weg zur antiken Metropole Alexandria. Da in der damaligen Seefahrt zumeist tagsüber gesegelt wurde, besaß der Leuchtturm möglicherweise auch große Spiegel, mit denen Sonnenreflexe auf den Horizont geworfen wurden.

Von solchen Spiegelninstallationen berichten *Strabo*, *Plinius der Ältere* (23 – 79 n. Chr.) und andere Autoren in ihren Schriften. Angeblich waren diese Reflexe bis in eine Entfernung von 55 km sichtbar. *Lukian* behauptet sogar 465 Kilometer, was bei der gegebenen Turmhöhe von ca. 120 Metern völlig unmöglich ist. *Epiphanius* veranschlagt dagegen eine Turmhöhe von fast 560 Metern, was ebenfalls völlig übertrieben ist. Ferner konnte man, so einige Berichte, feindliche Schiffe mit den gebündelten Strahlen der Spiegel in Brand setzen. Gleiches wird auch von *Archimedes* berichtet, der mit dieser Methode anlaufende feindliche Schiffe in der Seeschlacht im Hafen von Syrakus auf Sizilien im Jahr 213 v. Chr. zerstört haben soll. Schließlich wird dem Pharos von Alexandria nachgesagt, man habe wegen der vergrößernden Wirkung der eingesetzten „gläsernen Spiegel“ Einzelheiten auf den sich nähernden Schiffen schon aus großer Entfernung sehen können. *Ibn Khordadbeh* berichtet z.B. im 9. Jahrhundert folgendes über den Spiegel im Turm des Pharos:

*„Wer darunter saß, sah, wer sich in Konstantinopel befand, obwohl die ganze Weite des Meeres zwischen den beiden lag.“*

Beschreibungen dieser Art veranlassten auch noch einige Autoren in jüngerer Zeit zu der Spekulation, der Pharos sei ein Teleskop zur Beobachtung des Horizontes gewesen. Der Hauptspiegel des Turmteleskops habe sich am Boden der innen hohlen Turmröhre befunden und das Licht aus den Horizontgegenden sei durch einen schräggestellten Spiegel an der Spitze des Leuchtturms auf den Hauptspiegel gelenkt worden, in dem sich alles vergrößert zeigte. Diese Idee vertritt *H. Thiersch* [1], einem Architekturhistoriker, von dem auch die heute weithin akzeptierte Rekonstruktion des Bauwerks stammt (Abb. 6).

Bei diesen vielen phantastisch anmutenden älteren Berichten und jüngeren Spekulationen ist Vorsicht geboten. Wie weit reicht ein Lichtreflex durch einen polierten Bronze- oder Stahlspiegel überhaupt? Welche maximale Sichtweite hat man vom Spiegelraum auf dem Pharos? Welche Spiegelart kommt für welche Funktionen am ehesten in Frage, ein ebener Spiegel oder ein Hohlspiegel? Lässt sich Holz oder Segelstoff mit einem Hohlspiegel über größere Entfernungen in Brand setzen? Und schließlich: Wenn im Leuchtturm von Alexandria tatsächlich ein antikes Hochleistungsfernrohr installiert war, was hätte es leisten können?

Zur Beantwortung dieser Fragen werden in den folgenden Abschnitten Kenntnisse über die Kugelgestalt der Erde, die Eigenschaften von Spiegeln, die Helligkeit von natürlichen und künstlichen Lichtquellen, die Abschwächung von Licht in der Atmosphäre und die optische Abbildung in Fernrohren herangezogen.

Anmerkung: Die in diesem Abschnitt präsentierten historischen Fakten und Zitate über den Pharos sind den Quellen [2],[3] und [4] entnommen.

## **Die Sichtweite von einem Leuchtturm**

Von einem erhöhten Standpunkt sieht man weiter aufs Meer hinaus als vom Strandniveau. Grund dafür ist die Kugelgestalt der Erde. Je höher der Beobachtungsstandpunkt ist, desto weiter reicht der Blick über die sich unter dem Beobachter hinwegwölbende Erde (Abb. 7). Der sichtbare Meereshorizont, die Kimmlinie, fällt deshalb auch nicht mit der Horizontalebene zusammen, die am Beobachtungsplatz in der Augenhöhe des Beobachters an die Erde angelegt ist und dabei senkrecht zur der lokalen Lotrichtung steht. Dieser sog.

„mathematische Horizont“ verläuft in einer Zenitdistanz von  $90^\circ$ . Die Kimmlinie, auch kurz „Kimm“ genannt, liegt darunter, und zwar bei negativen Höhen.

Die Kimm geht durch die fernsten Orte des Meeres, die der erhöhte Beobachter so eben noch erblicken kann. Die geometrische Entfernung der Kimm vom Beobachtungsort  $S \approx K \cdot R$  ist ebenso wie ihre negative Höhe („Kimmtiefe“  $K$ ) eine Funktion des Erdradius  $R$  und der Höhe  $H$  des Beobachtungsortes über dem Meeresspiegel. Wertet man das in der Abbildung 7 gezeigte Dreieck aus der Erdmitte, dem angepeilten Horizontpunkt und dem Beobachtungsort  $B$  mit dem Kosinussatz aus, so erhält man für die Kimmtiefe:

$$S^2 + R^2 = (H + R)^2$$

$$\text{mit } S \approx K \cdot R \text{ gilt: } R^2(K^2 + 1) = (H + R)^2$$

$\Leftrightarrow$

$$K^2 = \left(\frac{H + R}{R}\right)^2 - 1 = \frac{H^2 + 2HR}{R^2} = H \cdot ((H/R) + 2) / R$$

$\Leftrightarrow$

$$K = \sqrt{H} \cdot \sqrt{\frac{(H/R) + 2}{R}} \approx \sqrt{2H/R}$$

mit  $R = 6371 \text{ km}$  (Erdradius) folgt

$$K \approx 1,93' \cdot \sqrt{H[\text{in } m]}$$

In der Realität ist die Kimmtiefe nicht so groß wie die rein geometrische Rechnung erwarten lässt. Wegen der Lichtbrechung in den unteren Schichten der Atmosphäre, die einen über das Meer laufenden Lichtstrahl auf eine gekrümmte Bahn zwingt, sieht man die Kimm etwas höher. Die terrestrische Refraktion (nicht zu verwechseln mit der astronomischen Refraktion!) hebt die Kimm scheinbar an. Für die Kimmtiefe erhält man damit:

$$K \approx 1,78' \cdot \sqrt{H[m]}, \text{ (mit Berücksichtigung der terrestrischen Refraktion)}$$

Da der Lichtstrahl durch die Strahlenbrechung eine Krümmung im Sinne der Erdkrümmung erfährt, erhöht sich die Sichtweite ein wenig gegenüber der rein geometrischen Betrachtung. Der genaue Verlauf des Lichtstrahls ist von der Temperatur und dem Luftdruck in den durchlaufenen Regionen der Atmosphäre abhängig. Im Allgemeinen beträgt sein Krümmungsradius etwa ein Achtel des Erdradius (Refraktionskoeffizient  $k = 0,13$ ), kann aber z.B. bei Inversionswetterlagen auch im Bereich von 0,20 bis 0,35 liegen [5,6]. Näherungsweise verhält sich die Kimmtiefe damit wie im geometrischen Fall einer Erde mit  $7/8$  des tatsächlichen Erddurchmessers. Die Sichtweite  $S$  erhöht sich um den Faktor  $8/7$  [7]:

$$S = \frac{8}{7} \cdot 1,78 \text{ sm} \cdot \sqrt{H[m]}$$

Die Näherungsformel beschreibt die typischen Verhältnisse. Bei einer Turmhöhe von  $100 \text{ m}$  erhält man damit eine Kimmtiefe von  $18'$  und eine Sichtweite von  $20$  Seemeilen =  $38$  Kilometer. Diese Distanz erhöht sich, wenn die Seefahrer von einer erhöhten Position ihres Schiffes nach dem Pharos Ausschau halten. Ein Ausguck in  $10$  Metern Höhe sieht die Kimm in  $6,4$  Seemeilen =  $12 \text{ km}$  Entfernung. Ein Lichtstrahl des  $38$  Kilometer entfernten Pharos tangiert die Erde an der Stelle der Kimm des Ausgucks und kann demnach bis zum Ausguck

weiterreichen (Abb. 8). Höchstens aus dieser etwaigen theoretischen Maximalentfernung von ca. 50 km können die Seefahrer auf dem Mittelmeer den Pharos erblicken.

Die antiken Berichte über Sichtungen des Pharos aus Entfernungen von einigen hundert Kilometern sind folglich aus geometrischen Gründen in das Reich der Legende zu verweisen. Die behauptete Sichtweite von 55 km trifft aber die richtige Größenordnung.

Ob das Leuchtturmgebäude selbst aus Distanzen von mehreren zehn Kilometern sichtbar ist, hängt von der Auflösung des menschlichen Gesichtssinns ab. So erscheint der ca. 5 m breite obere Turmaufsatz aus einer Entfernung von 30 km nur unter einem Winkel von etwa einer halben Bogenminute, was unterhalb der Auflösungsschwelle des menschlichen Auges von ca. 1 Bogenminute liegt. Nur wenn er in der Dämmerung als schwarze Silhouette vor dem hellen horizontnahen Lichtsaum des Dämmerungshimmels steht, kann er u. U. aus einer solchen Entfernung noch als kleine Erhebung auf dem Meereshorizont entdeckt werden, denn bei diesen besonderen Lichtverhältnissen reicht das Auflösungsvermögen des menschlichen Gesichtssinns noch bis zu etwas kleineren Winkelspannen.

Die Beleuchtungseinrichtung soll dieses Problem beseitigen. Eine helle Lichtquelle muss vom Auge nicht mehr räumlich aufgelöst werden, sondern soll einen gegenüber der Umgebungshelligkeit wahrnehmbaren Lichtreiz im menschlichen Auge hervorrufen.

### **Lichtreflex durch einen Plan- oder Hohlspiegel**

Die alten Berichte erwähnen nicht nur ein nächtliches Feuer im Laternenhaus des Turms, sondern auch Spiegeleinrichtungen, mit denen am Tage das Licht der Sonne in den Horizontbereich reflektiert worden sein soll. Im folgenden wird deshalb die Intensität und Reichweite eines Lichtreflexes untersucht.

Wesentlich für die Abschätzung der Reichweite eines Lichtsignals durch einen Spiegel sind Faktoren wie Größe, Oberflächenbeschaffenheit und Form des Spiegels. Ferner sind Betrachtungen zur Intensität der Sonnenstrahlung, die wegen der Lichtausdünnung durch die Atmosphäre eine Abhängigkeit vom Höhenwinkel der Sonne aufweist, erforderlich.

Das Sonnenlicht erreicht die Erde nicht parallel, sondern divergiert mit dem Winkel, unter dem die Sonne am Tageshimmel erscheint. Dieser Winkel beträgt im Jahresdurchschnitt 32 Bogenminuten. Wegen der variablen Entfernung der Erde von der Sonne schwankt er im Jahresverlauf ein wenig (im Bereich von etwa 1 Bogenminute), was hier aber unberücksichtigt bleiben soll. Trifft das mit diesem kleinen Winkel divergierende Lichtbündel der Sonne einen Planspiegel, so wird auch der Lichtreflex sich weiterhin mit diesem Öffnungswinkel auf eine mit der Entfernung wachsende Fläche verteilen. Ist der Spiegel verschwindend klein, so hat der reflektierte Lichtfleck in der Entfernung  $s$  einen Durchmesser von  $s \cdot \tan 32'$  (Abb. 9). Ein runder Spiegel mit dem Durchmesser  $D$  verteilt das Licht auf eine Fläche mit dem Durchmesser  $s \cdot \tan 32' + D$  (Abb. 10). Die auf den Spiegel einfallende Sonnenintensität ist auf dieser Fläche gleichmäßig verteilt. Das menschliche Auge kann davon nur einen Bruchteil auffangen, da das Auge mit einem Pupillendurchmesser von ca. 5 mm nur einen kleinen Teil der Fläche des Lichtreflexes überdeckt. Je größer nun die Entfernung zu einem Planspiegel im Pharos ist, desto größer wird die Fläche des Lichtreflexes am Ort des Beobachters und um so kleiner wird der ins Auge treffende Anteil der reflektierten Intensität. Es wird einen kritischen Abstand geben, bei dem die Intensität des Lichtreflexes sich nicht mehr hinreichend über die Intensität des Himmelshintergrundes erhebt, so dass der Lichtreflex nicht mehr wahrnehmbar ist. Die Schwelle für die Sichtbarkeit eines hellen Lichtpunktes am Tageshimmel liegt bei -3 Magnituden [8]. Das entspricht etwa der Helligkeit des Planeten Venus im größten Glanz. Der Lichtreflex muss also mindestens Venushelligkeit erreichen, wenn er tagsüber sichtbar sein soll. Allerdings ist dadurch noch keine bequeme Sichtbarkeit garantiert, denn dieser Wert stellt die Schwelle dar, ab der eine Sichtung für

einen geübten Beobachter möglich ist. Von einem Leuchtturm erwartet man eine gute Sichtbarkeit des ausgesandten Lichtzeichens unter den praktischen Umständen der Navigation.

### Vergleich der Eigenschaften von Plan- und Hohlspiegel

Die zahlenmäßige Berechnung der Helligkeit eines Lichtsignals in einer bestimmten Entfernung vom Leuchtturm wird in einem späteren Abschnitt durchgeführt. Zunächst sei die Diskussion vorangestellt, ob man mit einem Hohlspiegel die Aufweitung des reflektierten Lichtbündels vermeiden oder vermindern kann.

Ein für diese Zwecke optimaler Hohlspiegel muss eine derart große Brennweite  $f$  besitzen, dass sich die Sonne in den Brennpunkt des Spiegels rücken lässt. Dann ist das den Spiegel verlassende Lichtbündel parallel und eine Aufweitung des reflektierten Strahls findet nicht statt. Ein Hohlspiegel mit der Brennweite der Astronomischen Einheit (Abstand Erde – Sonne,  $1 \text{ AU} = 150 \text{ Mio. km}$ ) und einem Durchmesser von vielleicht  $1 \text{ m}$  ist aber derart unmerklich gewölbt, dass er sich von einem Planspiegel praktisch nicht unterscheidet. Schon aus dieser Betrachtung folgt, dass damit keine Verbesserung zu erzielen ist. Außerdem ist die Sonne keine Punktlichtquelle. Als ausgedehnter Himmelskörper sendet jeder Teil ihrer Oberfläche Licht aus, und das in alle Richtungen. Sonst könnten wir von der Erde aus den Sonnenrand nicht erkennen. Folglich lässt sie sich auch im Gedankenexperiment nicht vollständig im Fokus eines Hohlspiegels unterbringen und die reflektierten Lichtstrahlen sind nicht parallel.

Betrachtet man nun den Fall eines praktisch herstellbaren sphärischen Hohlspiegels, der bei einem Durchmesser von  $1 \text{ m}$  einen Krümmungsradius von  $R = 10 \text{ m}$  aufweist, so erhält man einen Spiegel mit der Brennweite  $f = R/2 = 5 \text{ m}$ , der gemäß der Gesetzmäßigkeiten der optischen Abbildung in der Entfernung  $f$  die Sonne auf einen Durchmesser von  $f \cdot \tan 32' = 4,7 \text{ cm}$  abbildet. Folglich hat man gegenüber dem Fall des Planspiegels mit einer Lichtfleckgröße von  $s \cdot \tan 32' + D$  nur die Aufweitung des Lichtbündels um den Spiegeldurchmesser  $D$  vermieden, ein Anteil, der um so geringer ins Gewicht fällt, je weiter der angepeilte Beobachter entfernt ist.

Nimmt man nun zur Vervollständigung der Diskussion noch an, es solle mit einem Hohlspiegel des Durchmessers  $D = 1 \text{ m}$  ein Sonnenreflex minimaler Ausdehnung in einer Entfernung von  $s = 40 \text{ km}$  erzeugt werden, so muss der Hohl- (Plan-)Spiegel die Brennweite von  $f = (s =) 40 \text{ km}$  besitzen. Dann erzeugt der Hohlspiegel ein Sonnenbild mit dem Durchmesser  $f \cdot \tan 32' = 372 \text{ m}$ , das sich kaum noch von jenem des Planspiegels mit dem Durchmesser  $s \cdot \tan 32' + D = 373 \text{ m}$  unterscheidet.

Es ist nun augenfällig, dass für die Erzeugung langreichweitiger Lichtreflexe der Hohlspiegel keinen nennenswerten Vorteil bringt. Ein stark gewölbter Hohlspiegel z.B. ist sogar sehr nachteilig, da er eine Lichtstrahlendivergenz bewirkt, die die der Sonnenstrahlen von 32 Bogenminuten stark übertrifft. Man kann sich hier die Frage stellen, was denn überhaupt der Vorteil eines Hohlspiegels ist, wenn ein Planspiegel im Pharos doch gleiche Ergebnisse bringt.

Der Vorteil des Hohlspiegels zeigt sich nur bei kurzen Brennweiten, bzw.

Projektionsentfernungen in der Größe des Spiegeldurchmessers  $D$ . Der Hohlspiegel bündelt das Sonnenlicht in seinem Brennpunkt auf ein Fleckchen der Größe  $f \cdot \tan 32'$ . Je kürzer die Brennweite ist, desto konzentrierter ist die Sonnenenergie im Brennpunkt. Der Planspiegel dagegen erzeugt auf kurze Distanzen nur einen verwaschenen Lichtfleck der Größe  $D$ , in dem keine Konzentration der Sonnenenergie und keine Abbildung der Sonne auftritt. Die Größe des Spiegels verhindert in dem Fall die scharfe Abbildung der Sonne. Ein scharfes Bild kann man mit einem Planspiegel nur dann erzielen, wenn man ihn sehr klein macht (analog zur

Öffnung einer *Camera Obscura*), was aber naturgemäß die auf den Spiegel einfallende Gesamtintensität dramatisch mindert. Deshalb haben in diesem Einsatzbereich optisch abbildende Spiegel oder Linsen große Vorteile. Sie sammeln viel Intensität ein und bilden gleichzeitig die Lichtquelle scharf ab. Der große Planspiegel sammelt zwar ebenfalls eine große Menge an Lichtintensität ein, weil er aber auf kurze Entfernungen nicht scharf abbildet, überlagern sich die divergierenden Lichtbündel aller Flächenelemente des Planspiegels zu einem Lichtgemisch, in dem sich die ursprüngliche Ortsinformation über die Lage und Größe der Lichtquelle verliert.

Wo die antiken Berichte etwas über die Leuchtturmfunktion des Pharos erahnen lassen, muss demnach immer auf den Einsatz von Planspiegeln geschlossen werden. Wo dagegen die eher „magisch“ anmutenden Aussagen über eine vergrößernde oder brennende Wirkung der Pharosspiegel auftauchen, kann nur ein Hohlspiegel oder eine Schar von Planspiegeln, die einen Hohlspiegel in Gestalt einzelner Facetten annähern, gemeint sein. Bevor diese mysteriösen Fähigkeiten des Pharos aus Sicht der Physik näher beleuchtet werden, steht aber zunächst noch die Untersuchung der plausibleren Leuchtturmfunktion auf der Basis ebener Spiegel an.

### Die Sichtweite von horizontnahen Lichtreflexen

Je intensiver ein Lichtreflex ist, in desto größerer Entfernung kann man ihn noch gegen den Himmelshintergrund ausmachen. Maßgeblich ist zunächst die Intensität des aufgefangenen Sonnenlichtes. Sie hängt neben einer eventuellen Abschattung der Sonnenstrahlen durch Dunst oder dünne Wolkenschichten auch vom Höhenwinkel der Sonne ab. Steht sie hoch am Himmel, wird ihr Licht nicht so stark von der Lufthülle ausgedünnt wie bei horizontnahen Ständen, bei denen wegen des flachen Lichteinfalls dickere Schichten aus lichtabschwächender Luft und Schwebeteilchen (Aerosole, z.B. Meersalzkristalle) den Lichteinfall auf den Spiegel mindern.

Zur Berechnung dieser Lichtabschwächung wird hier das Modell der homogenen Skalenatmosphäre der Höhe  $H_0 = 8 \text{ km}$  verwendet. Bei senkrechtem Lichteinfall auf diese Modellatmosphäre durchläuft das Licht eine  $8 \text{ km}$  dicke Luftschicht gleicher Dichte. In der irdischen Luft hat das grüne Licht (Wellenlänge  $500 \text{ nm}$ ) eine mittlere freie Weglänge von  $55 \text{ km}$ . Nach Durchlaufen einer Schicht dieser Dicke ist die Lichtintensität auf den e-ten Anteil abgefallen. Die mittlere freie Weglänge von Licht in der Atmosphäre hängt stark von der Farbe des Lichtes ab. Die blaue Himmelsfarbe und die Rötung der horizontnahen Sonne erklären sich durch das bevorzugte Herausstreuen der blauen Anteil des Sonnenlichtes aus der Strahlrichtung durch die Luftmoleküle. Gelbrotes Licht ( $600 \text{ nm}$ ) wird weniger stark gestreut. Seine freie Weglänge ist mit  $122 \text{ km}$  viel größer als die des blauen Lichtes ( $400 \text{ nm}$ ) von  $22 \text{ km}$  [9]. Auf die farbselektive Wirkung der Lichtstreuung sei hier aber nicht näher eingegangen. Zur Beurteilung der Abschwächung der Gesamtintensität wird die Betrachtung auf grünes Licht mit einer freien Weglänge von  $55 \text{ km}$  beschränkt.

Bei senkrechtem Lichteinfall wird das Licht folglich um den Faktor  $\exp(-8/55) = 0,86$  abgeschwächt. Bei horizontnahe Lichteinfall durchläuft das Sonnenlicht eine Strecke von  $S = 320 \text{ km}$  durch die homogene Modellatmosphäre und auf dieser langen Strecke wird es mit dem Faktor  $\exp(-320/55) = 0,003$  ausgedünnt.

Die Formel, die die zu durchlaufende Luftschicht der Strecke  $S$  für alle Sonnenhöhen richtig beschreibt, gewinnt man durch Auswertung des Dreiecks aus Erdmitte  $M$ , Beobachter  $B$  und Eintrittspunkt  $P$  des Lichtstrahls in die Atmosphäre in Abbildung 11 mit dem Kosinussatz.

$$(R + H_0)^2 = S^2 + R^2 - 2 \cdot S \cdot R \cdot \cos(180^\circ - z)$$

Man löst nach  $S$  auf und erhält schließlich folgenden Ausdruck in Abhängigkeit von der Zenitdistanz  $z$ , dem Erdradius  $R$  und der Skalenhöhe  $H_0$ :

$$S(z, H_0) = -R \cdot \cos z + \sqrt{(R + H_0)^2 - R^2 \cdot \sin^2 z}$$

Auch die Aerosolschicht schwächt das Sonnenlicht ab. Über dem Meer ragt sie einige Kilometer auf. Grünes Licht ( $500 \text{ nm}$ ) hat eine etwaige mittlere freie Weglänge von  $33 \text{ km}$  in dieser Schicht, die starke Variationen in Abhängigkeit vom atmosphärischen Zustand und der Jahreszeit aufweist. Ihre Wirkung lässt sich analog zur Lichtabschwächung in Luft durch einen exponentiellen Abfall beschreiben. Da dieser Effekt schwanken Einflüssen ausgesetzt ist, wird er hier nicht näher thematisiert.

In der Astronomie ist es üblich, unter Berücksichtigung aller lichtschwächenden Effekte einen totalen Extinktionskoeffizienten  $k$  zu ermitteln, der die Abschwächung einer Lichtquelle in Magnituden pro Luftmasse  $X = S / H_0$  angibt. Ein typischer Wert für diesen Extinktionskoeffizienten ist  $k = 0,2$ . Bei einem Durchlaufen von einer Luftmasse (senkrechter Einfall) wird die Sternhelligkeit um  $0,2$  Magnituden verringert. Ein horizontnaher Lichtweg mit  $X = 40$  führt zu einer Abschwächung von  $8$  Magnituden.

Im weiteren Verlauf der Diskussion sei immer ein Wert von  $40^\circ$  für die Sonnenhöhe vorausgesetzt (Zenitdistanz  $z = 50^\circ$ ). Dies entspricht etwa der Mittagshöhe der Sonne in Alexandria im Winter, oder der Sonnenhöhe am späten Nachmittag im Sommer. Man erhält eine Lichtstrecke  $S$  von  $12,4 \text{ km}$  bzw. eine Luftmasse von  $X = 1,55$  und eine Extinktion von  $0,3$  Magnituden.

Die Intensität der Sonnenstrahlung beträgt oberhalb der lichtschwächenden Atmosphäre  $1367 \text{ W/m}^2$  (Solarkonstante). In einer Höhe von  $40^\circ$  bringt die Sonne also eine Intensität von  $1367 \cdot \exp(-12,4/55) \text{ W/m}^2 \approx 1 \text{ kW/m}^2$  auf die Erdoberfläche. Zu dem gleichen Ergebnis kommt man auch, wenn man die Rechnung im System der astronomischen Größenklassen mit dem Extinktionskoeffizienten  $k$  durchführt. Dieses Berechnungssystem wird aber erst weiter unten eingeführt und angewendet.

Die vom Planspiegel reflektierte Intensität hängt von der Größe, Reflektivität und Haltung des Spiegels ab. Praktikabel ist ein Spiegel mit einem Durchmesser von  $D = \text{ca. } 1 \text{ m}$ . Seine Fläche betrage insgesamt  $1 \text{ m}^2$  (auf genaue Zahlen kommt es hier nicht an; es geht um die Ermittlung der richtigen Größenordnung). Nur wenn die Spiegelebene senkrecht zur Einfallrichtung der Sonne steht, fängt der Spiegel das Maximum an Sonnenlicht ein. Für die Erzeugung eines Reflexes, der in alle möglichen Richtungen gelenkt werden soll, ist dies natürlich nicht gegeben, denn ein senkrecht beschienener Spiegel wirft das Licht zur Sonne zurück. Ein schräg gestellter Spiegel erscheint dagegen von der Sonne aus betrachtet kleiner als er eigentlich ist. Dieser geometrische Effekt mindert die aufgefangene Intensität je nach Schrägstellung erheblich. Für alle praktischen Fälle sei eine Minderung um  $50\%$  angesetzt. Der Spiegel auf dem Leuchtturm von Alexandria bestand wahrscheinlich aus polierter Bronze, möglicherweise auch aus poliertem Stahl. Die Reflektivität dieser Materialien ist nicht perfekt, sondern liegt bei  $70\%$  (optimistische Schätzung). Die Strahlungsleistung, die den Spiegel verlässt, lässt sich unter Verwendung der oben beschriebenen einschränkenden Faktoren nun nach folgender Formel abschätzen:  $P = 1 \text{ kW/m}^2 \cdot 1 \text{ m}^2 \cdot 0,5 \cdot 0,7 \approx 350 \text{ W}$  Diese Strahlungsleistung verteilt sich gleichmäßig auf die Größe des Lichtflecks am Ort der Beobachtung im Abstand  $s$  zum Pharos (Durchmesser ca.  $s \cdot \tan 32'$ ). Bei einem Abstand von  $s = 40 \text{ km}$  erhält man dann eine Bestrahlungsstärke im Lichtkegel von

$$F = \frac{350 \text{ W}}{(\pi/4) \cdot (s \cdot \tan 32')^2} \approx 3 \text{ mW/m}^2.$$

Im Verhältnis dazu ist die Bestrahlungsstärke durch das Sonnenlicht um den Faktor  $(1 \text{ kW} / \text{m}^2) / (3 \text{ mW} / \text{m}^2) \approx 3 \cdot 10^5$  größer. Aus diesem Verhältnis lässt sich im astronomischen Helligkeitssystem schnell eine Aussage ableiten, ob der Lichtreflex sichtbar ist und wie er im Vergleich zu natürlichen Lichtquellen erscheint. Deshalb nun zunächst einige Erläuterungen zu diesem Maßsystem.

## Die Helligkeit von Lichtquellen im Größenklassen-System der Astronomie

Der antike Astronom *Hipparch*, der im zweiten vorchristlichen Jahrhundert lebte, unterteilte die Sterne zur Unterscheidung ihrer Helligkeiten in sechs Größenklassen. Die hellsten Sterne ordnete er der ersten Größenklasse zu, die schwächsten, gerade noch mit bloßem Auge sichtbaren Sterne, der sechsten. Die moderne Astronomie hat aus Gründen der Tradition die Hipparch'sche Einteilung im Prinzip übernommen, sie jedoch auf eine messtechnisch reproduzierbare Basis gestellt und von persönlichen, subjektiven Empfindungen bereinigt. Jeder Größenklasse (gemeint sind hier die Werte im V-Band, also im visuellen Bereich) lässt sich damit eine Bestrahlungsstärke, mit der der Stern Licht auf die Erde strahlt, zuordnen. Festgelegt wurde nun, dass sich zwei Sterne, die um 5 Größenklassen differieren, in den Strahlungsströmen um den Faktor 100 unterscheiden. Von einer Größenklasse zur nächstbenachbarten erhält man dann einen Faktor von  $\sqrt[5]{100} \approx 2,512$ .

Ein Stern erster Größenklasse sendet mit einer Bestrahlungsstärke von ca.  $10^{-8} \text{ W} / \text{m}^2$  Licht auf die Erde. Die Solarkonstante liegt um den Faktor  $13 \cdot 10^{10}$  höher. Dieser Faktor entspricht 28 Größenklassen und folglich ist die Sonne ein Stern der Größenklasse  $m = 1 - 28 = -27$ . Der Vollmond erreicht eine Größenklasse von  $m = -13$ , der Halbmond  $m = -10$ , die hellsten Planeten  $m = -1$  bis  $-4$  und Sirius als hellster Stern  $m = -1,4$ . Bei den ausgedehnten Himmelskörpern Sonne und Mond ist dabei zu beachten, dass es sich um die über die sichtbare Fläche integrierte Gesamthelligkeit handelt. Ein sichtbares Teilstück der Mondscheibe macht nur einen Bruchteil der gesamten Helligkeit aus.

## Die Sichtbarkeit eines Lichtreflexes am Tageshimmel

Die Frage nach der Sichtbarkeit des Lichtreflexes vom Pharosspiegel in 40 km Entfernung ist nun schnell entschieden. Da der Lichtreflex um den Faktor  $3 \cdot 10^5$  schwächer ist als die Sonne, liegt seine Größenklasse 14 Magnituden ( $10^4 = 10$  Magnituden und  $30 = \text{ca. } 4$  Magnituden) über der der Sonne und erreicht folglich  $m = -13$ .

Das Licht muss 5 Luftmassen (40 km / 8 km) durchlaufen, und wird bei einem Extinktionskoeffizienten von  $k = 0,2$  um eine weitere Größenklasse abgeschwächt. Der Beobachter sieht schließlich einen „Stern“ der Größenklasse  $m = -12$  am Horizont. Die Helligkeit dieser Punktlichtquelle liegt damit im Bereich der Vollmondhelligkeit und ist folglich auch am Tage sichtbar. Da der nur metergroße Spiegel aus der Distanz von 40 km unaufgelöst und folglich punktförmig erscheint, ist der Reflex viel heller als einzelne aufgelöste Partien eines am Tageshimmel stehenden Mondes.

Eine Spiegeleinrichtung dieser Art ist also zweckmäßig und mit antiken Technologien machbar. Allerdings muss der Spiegel ständig geschwenkt werden, so dass der Lichtreflex den entfernten Meereshorizont überstreicht. Bei der Distanz von 40 km liegt der Durchmesser des Reflexes bei knapp 400 m und die Genauigkeit der Spiegeleinstellung im Bereich der Divergenz der Sonnenstrahlen von  $32'$  muss gewährleistet sein. Ansonsten strahlt der Lichtfleck über die Köpfe der anlaufenden Seefahrer hinweg oder fällt in geringer Entfernung vom Pharos auf das Meer. Zum Betrieb der Spiegelanlage ist also eine Visiereinrichtung erforderlich, mit der man den Horizont leicht anpeilen kann. Die Abbildung 12 zeigt eine

denkbare Lösung. Das reflektierte Licht muss durch die justierten Ösen fallen. Dann trifft es den Horizont, ausgezeichnete Landschaftsmale oder Nachbarstädte, zu denen man Signale senden will. Praktisch lässt man den Reflex über die justierte Zielmarke ständig hinwegpendeln. So ist gewährleistet, dass von Mal zu Mal Licht in alle möglichen Gegenden am Horizont fällt und man erzeugt so beim entfernten Beobachter eine Folge von einzelnen kurzzeitigen Lichtsignalen, was auffälliger ist als ein stetiger Lichtstrom.

### Die Sichtbarkeit einer Laterne am Nachthimmel

*„Die einzige Gefahr ist bei fortwährender Unterhaltung des Feuers nur die, dass man es leicht für einen Stern hält, weil die Flammen, aus der Ferne gesehen, einen ähnlichen Anblick gewähren.“ (Plinius der Ältere)*

Die Aussage von *Plinius* gibt preis, dass die Pharos-Laterne aus großer Entfernung in einer zu den Sternen vergleichbaren Helligkeit sichtbar war, jedoch überrascht sie hinsichtlich der angedeuteten Verwechslungsmöglichkeit mit einem echten Stern. Unmittelbar am Horizont ist wegen der Extinktion von 8 Magnituden nur die Sichtung heller Planeten und evtl. des Sirius (bei etwas kleineren Extinktionskoeffizienten) möglich. Ein horizontnaher Stern oder Planet ist außerdem schnell versunken oder auf deutlich größere Höhen hinaufgewandert, so dass eine Verwechslung des Pharoslichtes mit einem Himmelskörper ausgeschlossen ist, wenn man nur eine gewisse Zeitspanne, vielleicht 20 Minuten, andauernd beobachtet.

Steht die Aussage von *Plinius* bezüglich der sternähnlichen Helligkeit bei einer Betrachtung aus der Ferne im Einklang mit der Aussage von *Stadius*, das flackernde Licht der Laterne über der Insel Pharos gleiche dem Mond? Offensichtlich hat *Stadius* die Laterne vom Festland aus beobachtet, das ca. 1,5 km von der Insel Pharos entfernt liegt. Die Insel ist ja durch den „Heptastadion“ (= sieben Stadien) genannten Damm mit dem Festland verbunden, und so lässt sich die Länge des Damms aus seinem Namen zu ca. 1,2 km rekonstruieren. Das Licht einer Laterne, die aus 1,5 km Entfernung hell wie der Mond strahlt, ruft in größeren Entfernungen  $s$  Bestrahlungsstärken hervor, die sich zu der des Mondes wie  $(1,5 \text{ km})^2 / s^2$  verhalten. In 40 km Entfernung, der etwaigen Maximalsichtweite bis zum Ausguck eines Schiffes, hat sich die Bestrahlungsstärke um den Faktor  $(1,5/40)^2 = 1,4 \cdot 10^{-3} = 1/700$  gemindert, was im Größenklassensystem einer Magnitudendifferenz von  $\Delta m = 7$  entspricht. Die Extinktion mindert den Lichteindruck wiederum um eine weitere Größenklasse. Damit sieht ein Matrose, der nachts im Ausguck nach dem Pharos Ausschau hält, die unaufgelöste, also punktförmige Laterne, so hell wie einen Stern der Größenklasse  $m = -5$ . Dabei wurde angenommen, *Stadius* habe in seinem Vergleich den Vollmond gemeint. Nimmt man den Halbmond als Bezugslichtquelle, so ist die Laterne 3 Magnituden lichtschwächer und der Lichtpunkt erreicht in der Beobachtungsentfernung von 40 km eine Helligkeit von  $m = -2$ . Die Laterne ist also gut sichtbar, ähnlich wie ein heller Planet, wenn er in größeren Höhen am Himmel steht, und eigentlich nicht mit einem Stern zu verwechseln.

Vielleicht ist die Aussage von *Stadius* etwas übertrieben. Welche Strahlungsleistung weist eine Lichtquelle tatsächlich auf, die in 1,5 km mit Vollmondhelligkeit erstrahlt?

Ausgehend von der Solarkonstante und der Magnitudendifferenz zwischen Sonne und Vollmond von  $\Delta m = 14$  erhält man für den Vollmond folgende Bestrahlungsstärke:

$$S_M = 1367 \text{ W/m}^2 \cdot 2,512^{-14} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

Bewirkt die Pharoslaterne in 1,5 km Abstand die gleiche Bestrahlung, so strahlt das Leuchfeuer mit einer Leistung von  $(3 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2) \cdot (4\pi) \cdot (1,5 \text{ km})^2 \approx 80 \text{ kW}$ . Bei dieser Abschätzung wurde angenommen, dass das Feuer gleichmäßig in alle Richtungen abstrahlt, wie es bei einem herkömmlichen Feuer ja auch zu erwarten ist. Moderne Leuchttürme lenken

das Licht mit Fresnel-Linsen in den Horizontbereich und erzielen damit eine höhere Effizienz als bei einer Verteilung des Lichtes in die gesamte Sphäre. Die Glühbirnen moderner Leuchttürme weisen eine Strahlungsleistung von einigen Kilowatt auf. Demgegenüber erscheint eine Strahlungsleistung des Leuchtfuers auf dem Pharos von 80 Kilowatt sehr hoch. Vielleicht hat *Stadius* die Helligkeit doch nicht vom Festland aus bewertet, sondern von der Insel Pharos in nur wenigen hundert Metern Entfernung. Ein in 300 Metern Entfernung vollmondhelles Feuer hat eine Leistung von nur  $80 \text{ kW} \cdot (0,3/1,5)^2 \approx 5 \text{ kW}$ .

Die thermische Gesamtstrahlungsleistung eines Feuers lässt sich auf anderem Wege grob abschätzen, wenn man plausible Annahmen über die Temperatur und die Oberfläche des Brandherdes macht, über die die Strahlung abgegeben wird. Dann berechnet sich die gesamte Strahlungsleistung nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4$$

Ein Feuer in einem Kubus von 2 Meter Kantenlänge strahlt über 5 Seitenflächen der Gesamtfläche  $20 \text{ m}^2$  ab. Die Temperatur des Feuers wird zu ca.  $600 \text{ K}$  abgeschätzt (Schmelzpunkt von Blei). Ein Schmelzen von Kupfer, wozu  $1356 \text{ K}$  erforderlich ist, ist in den Randzonen eines offenen Feuers nicht möglich. Damit erhält man:

$$P = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 20 \cdot 600^4 \text{ W} \approx 150 \text{ kW}$$

Bei einem glühenden Körper dieser Temperatur erfolgt die Abstrahlung hauptsächlich im infraroten Bereich. Infrarotstrahlung ist für die Leuchtfunktion irrelevant und nur der Anteil an sichtbarem Licht interessiert hier. Das lodernde Feuer ähnelt hinsichtlich seiner sichtbaren Erscheinung aber eher einer Kerze und nicht einem glühenden Körper der Temperatur  $600 \text{ K}$ . Eine Kerze strahlt nicht wie ein thermischer Strahler dieser Temperatur Licht ab, sondern wie ein glühender Platinkörper bei seiner Schmelztemperatur von  $2042 \text{ K}$ . Auf eben diese Weise ist ja auch die „*Candela*“, die standardisierte Kerze im Internationalen Einheitensystem, definiert [9]:

*„[Eine Candela] ... ist der Lichtstrom pro Raumwinkeleinheit, der von 1/60 cm<sup>2</sup> eines Schwarzen Körpers bei 2042 K, der Schmelztemperatur des Platins, ausgeht.“*

Für die Berechnung der effektiven Lichtausbeute eines Feuers ist also von dieser Strahlungstemperatur auszugehen, nicht von den rund  $600 \text{ K}$  im Randbereich des Feuers. In den besonderen Prozessen bei der Verbrennung des Kohlenwasserstoff-Luft-Gemisches, die für die Flammenentstehung maßgeblich sind, liegt der Grund für diese Diskrepanz. Im Verhältnis zur Lichtausbeute der Sonnenstrahlung weist das Licht der (Kerzen-)Flamme eine Lichtausbeute von ca. 2% auf (Angabe gemäß eines Rechenbeispiels in [11]). Damit ist das Feuer auf dem Pharos hinsichtlich seiner Lichtemissionseigenschaft ein Strahler im Bereich von einigen Kilowatt (2% von  $150 \text{ kW}$ ).

Nimmt man gemäß dieser Überlegungen eine Strahlungsleistung von 2-3 Kilowatt an, so reduziert sich die Helligkeit um ca. 3 Magnituden und aus großer Entfernung ähnelt das Leuchtfuer dann tatsächlich einem hellen Stern.

Die antiken Berichte über die Helligkeit des Leuchtfuers sind also insgesamt als in sich stimmig zu bewerten und der Unterhalt eines Feuers der genannten Größe erscheint bei einer entsprechenden Organisation auch machbar zu sein.

## Zur Möglichkeit einer Brennspiegelwaffe

Mit einem kurzbrennweitigen Hohlspiegel großer Fläche (z.B.  $D = 1 \text{ m}$ ) lässt sich leicht ein Feuer entzünden, wenn die einfallende Sonnenintensität in einem kleinen Punkt, der das optische Abbild der Sonne ist, konzentriert wird. Langbrennweitige Hohl- oder Planspiegel erzeugen ein großes Sonnenbild (siehe oben), weil in den Bilddurchmesser die Brennweite oder Projektionslänge linear eingeht. Die Sonnenintensität verteilt sich dann auf eine große Fläche. Wird der erforderliche Schwellenwert zur Entzündung eines brennbaren Stoffes an keiner Stelle des Lichtflecks überschritten, so kommt es zu keiner Entzündung.

Die Intensität pro Flächeneinheit lässt sich bei der Erzeugung eines Lichtflecks über große Entfernungen (groß in Bezug auf den Spiegeldurchmesser) nur steigern, wenn der Spiegeldurchmesser auf die Dimension der Brennweite gesteigert wird, bzw. mehrere Planspiegel so angeordnet und ausgerichtet werden, dass sich alle ihre Lichtflecken überlagern.

Zur Entzündung von Holz ist eine Bestrahlungsstärke von ca.  $60 \pm 30 \text{ kW} / \text{m}^2$  erforderlich, je nach Art des Holzes und der Beschaffenheit der Oberfläche [12]. Ein Planspiegel, der wie oben diskutiert,  $350 \text{ W}$  Sonnenenergie reflektiert, erzeugt in  $100 \text{ m}$  Entfernung (die absolute Mindestentfernung, über die die Spiegelwaffe Wirkung entfalten muss; vom Pharos aus erreicht man damit gerade den umliegenden Erdboden) einen Lichtfleck des Durchmesser  $100 \text{ m} \cdot \tan 32' + 1 \text{ m} \approx 2 \text{ m}$  mit einer Bestrahlungsstärke von  $350 \text{ W} / (2 \text{ m})^2 \approx 90 \text{ W} / \text{m}^2$ .

Damit werden zwischen 300 und 1000 baugleiche Spiegel benötigt, um den zur Holzentzündung erforderlichen Schwellenwert zu erreichen. Für diese Zahl an Spiegeln und Spiegelträgern ist auf dem Pharos natürlich kein Platz. Bei einer größeren Wirkungsentfernung  $L$  erhöht sich die Spiegelzahl noch um den Faktor  $(L / 50 \text{ m})^2$ .

Die Berichte über die Entzündung entfernter Schiffe vom Pharos aus sind also in das Reich der Fabel zu verweisen. Gleiches gilt auch für die Spiegelwaffe des Archimedes bei der Seeschlacht von Syrakus. Auch wenn der Hafen von Syrakus genügend Platz für die Spiegelträger bietet, so ist durch eine mehrere hundert Mann starke Spiegelträgerkompanie doch keine wirkungsvolle Kriegswaffe gegeben. Alle Spiegelträger müssen für mindestens 10 - 20 Sekunden (solange dauert der Entzündungsvorgang) ihre Lichtflecken auf dem etwa metergroßen Zielpunkt vereinigen, der durch Benetzen mit Wasser wirksam gegen eine Entzündung geschützt werden kann. Das Einrichten auf einen neuen Zielpunkt in kürzester Zeit ist aus organisatorischen Gründen problematisch. Man bedenke nur das Chaos der tanzenden Lichtflecken, in dem kein Spiegelträger sicher sein kann, mit seinem Blick dem Fleck zu folgen, der durch seinen eigenen Spiegel verursacht wird. Es ist also auch noch an eine Zielvorrichtung für jeden Spiegel zu denken (analog zu Abb. 12). Und all das findet in einer Zielentfernung von höchstens einigen Dutzend Metern statt, die durch Bogenschützen mit brennenden Pfeilen ebenso gut überwunden werden kann. Die nutzlose Kompanie aus Spiegelträgern nimmt folglich den wesentlich effizienter kämpfenden Soldaten nur den Platz am Hafenkai weg.

## Gab es im Pharos ein Riesenteleskop zur Beobachtung herannahender Schiffe?

Berichte über ein terrestrisches Fernrohr im Pharos tauchen erst in späterer Zeit bei islamischen Schreibern auf. Interessante Quellen dieser Art stellt *R. Temple* in [13] zusammen, und er schließt daraus auf eine mögliche Linsen-, Spiegel- und Fernrohrtechnologie in der Antike.

Leider gibt es aber keine unzweideutigen Quellen, die das beweisen, und Spekulationen dieser Art sind mit großer Vorsicht zu genießen. Allerdings ist eine nicht unbedeutende Zahl von antiken Funden linsenförmig geschliffener Bergkristalle bekannt. Diese Kristalle und Gläser, die, mit Wasserfüllung, eine Lupen- oder Lichtsammelfunktion aufweisen, könnten damals

als Linsen verwendet worden sein. Es gibt auch keinen zwingenden Grund zur Annahme, den damaligen Menschen sei die optische Wirkung gewölbter Kristalle, Gläser und Spiegel nicht aufgefallen. Sicher waren sie mindestens genau so aufmerksame und neugierige Naturbeobachter, wie wir es heute sind.

Daraus aber ableiten zu wollen, im Pharos habe ein riesiges Spiegelteleskop Newton'scher Bauart existiert, wie es z.B. *H. Thiersch* behauptet (siehe Abb. 13) ist nicht seriös. Nach *Thiersch* soll in der Turmspitze ein oktogonales Prisma zur Umlenkung horizontaler Lichtstrahlen in das Turminnere installiert gewesen sein. Dort sei ein mehrere Meter großer Spiegel mit einer Brennweite von ca. 30 m horizontal gelagert. Ein Beobachter am oberen Rand des Spiegelschachtes hätte im Spiegel die Horizontgegend vergrößert erblicken können. Weitere Planspiegel auf der Prismaebene hätten durch eine Drehung um die Vertikale die lückenlose Beobachtung aller Himmelsrichtungen ermöglicht.

Vor der Bewertung dieser abenteuerlichen Spekulation werden im Folgenden zunächst einige Grundlagen der optischen Abbildung behandelt. Ein modernes Teleskop für visuelle Beobachtungen besteht im Prinzip aus einem Objektivspiegel oder einer Objektivlinse mit langer Brennweite und einer Okularlinse kurzer Brennweite. Für die Diskussion hier ist es nicht von Bedeutung, ob es sich um ein Linsen- oder Spiegelobjektiv handelt, und deshalb zeigt die Abbildung 14 den Strahlengang in einem Linsenfernrohr, weil die Zeichnung etwas übersichtlicher ist, als die entsprechende bei einer Spiegeloptik.

Aus dem Unendlichen einfallendes paralleles Licht wird vom Objektiv im Brennpunkt gebündelt. Das Okular ist so eingerichtet, dass sein Brennpunkt mit dem des Objektivs zusammenfällt. Dann verlässt das Licht das Okular ebenfalls als paralleles Bündel. Durch die Brechwirkung der Hornhaut und der Linse des Auges wird es auf der Netzhaut wieder vereinigt und es entsteht dort ein scharfes Bild.

In Abbildung 15 ist dargestellt, wie ein unter dem Sehwinkel  $\varepsilon$  einfallendes Lichtbündel durch das Fernrohr hindurchgeht. Man stelle sich vor, das Fernrohr sei so justiert, dass Licht vom linken Mondrand entlang der optischen Achse einfallt und Licht vom rechten Mondrand unter der Richtung, die gegenüber der optischen Achse um  $\varepsilon$  geneigt ist. Dann bildet sich auf Höhe des Brennpunktes – in der Brennebene – ein kopfstehendes und seitenverkehrtes Bild des Mondes mit dem Durchmesser  $B = f_{ob} \cdot \tan \varepsilon$ . Man wählt übrigens die parabolische Spiegelform, weil ein achsenparalleles Lichtbündel, das den ganzen Spiegel erfüllt, sich in einem einzigen Brennpunkt vereinigt. Bei einem sphärischen Spiegel fallen die Strahlen auf verschiedene Brennpunkte, je nachdem mit welchem Abstand zur optischen Achse der Einfall des Lichtbündel erfolgt („sphärische Aberration“).

Das Bild im Brennpunkt wird mit der „Okularlupe“ der Brennweite  $f_{ok}$  betrachtet. Der Sehwinkel  $\varepsilon$  wird dabei auf  $\varepsilon'$  vergrößert und das Licht verteilt sich letztlich auf eine größere Fläche im Auge als ohne Fernrohroptik. Die Vergrößerung  $V$  des Fernrohrs berechnet sich dann zu:

$$V = \frac{\tan \varepsilon'}{\tan \varepsilon} = \frac{B / f_{ok}}{B / f_{ob}} = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

Eine Verwendung gemäß dieser Art setzt nicht nur einen Objektivspiegel voraus, sondern auch eine Okularlinse. Das hypothetische Pharos-Teleskop hätte also in diesem Modus analog zu einem modernen Newton-Teleskop funktioniert (Abb. 16). Die Okularlinse aus geschliffenem Bergkristall wird dabei freihändig vor das Auge gehalten.

Man kann das Fernrohr aber auch ohne Okularlinse benutzen, und diese Variante schlägt *Thiersch* vor. Dazu zunächst einige Vorüberlegungen: Die lichtbrechenden Komponenten des

Auges - Hornhaut und Linse -, erzeugen ein scharfes Bild der Größe  $B_2 = f_{\text{Auge}} \cdot \tan \varepsilon$  auf der Netzhaut, wenn das Licht des Objektes (z.B. des Mondes) aus großer Entfernung auf das „unbewaffnete Auge“ ohne vorgeschaltetes Fernrohr einfällt (Abb. 17).

Die Brennweite des Auges beträgt ca. 2,5 cm bei der Einstellung auf weit entfernte Objekte. Deren Lichtstrahlen fallen annähernd parallel ein. Rückt der Gegenstand nahe vor das Auge, so wird durch die Anpassung der Form der Augenlinse das nun divergierende Lichtbündel stärker gebrochen. Damit lässt sich die Zusammenführung der Lichtstrahlen und die scharfe Abbildung auf der Netzhaut trotz der Divergenz der einfallenden Strahlen erreichen. Zur Berechnung der Brennweite des Auges beim Nahsehen (z.B. Lesen) ist die Abbildungsgleichung für konvexe Linsen zu verwenden:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$$

Darin ist  $b$  die Bildweite, der Abstand zwischen der Linse und der Netzhaut, also  $b = 2,5 \text{ cm}$ ,  $g$  die Gegenstandsweite, der Abstand des Gegenstandes vor dem Auge, und  $f$  die Brennweite. Nimmt man nun für die kürzeste Gegenstandsweite, den Nahpunkt des menschlichen Sehens, den Standardwert von 25 cm, so erhält man für die Brennweite des Systems aus Hornhaut und Linse den Wert  $f = 2,3 \text{ cm}$ . Mit zunehmendem Alter vergrößert sich die geringste Gegenstandsweite u. U. auf Werte von mehr als 100 cm, weil die Augenlinse ihre Elastizität und damit ihre Akkomodationsfähigkeit z.T. einbüßt. Andauernd im Nahpunkt zu beobachten ist sehr anstrengend und ermüdend, denn der Ziliarmuskel, der die Augenlinse umgibt, ist dann im angespannten Zustand. Der nach außen gerichtete Zug der Radialbänder, die die Augenlinse mit dem Ringmuskel verbinden, entfällt dann, und die Linse begibt sich in ihre rundliche Form, in der sie eine kürzere Brennweite hat. Demgegenüber zieht sie der entspannte Ziliarmuskel beim Unendlich-Sehen in die flache Form mit geringerer Brechkraft.

Für ein bequemes Nah-Sehen wird hier – etwas willkürlich - eine minimale Gegenstandsweite von 50 cm angenommen. In dem Fall ist die Brennweite des Auges  $f = 2,4 \text{ cm}$ .

Ein Gegenstand der Größe  $G$  in dieser Entfernung  $g$  vom Auge ruft auf der Netzhaut ein Bild der Größe  $B_3 = f_{\text{Auge}} \cdot G / g$  hervor (Abb. 18). Nimmt man nun als „Gegenstand“ das Bild  $B$  in der Brennebene des Objektivs, so erhält man auf der Netzhaut ein Bild der Größe

$$B_3 = f_{\text{Auge}} \cdot \frac{f_{\text{Ob}} \cdot \tan \varepsilon}{g}$$

Vergleicht man dies mit der Bildgröße eines Objektes ohne vorgeschaltetes Objektiv ( $B_2 = f_{\text{Auge}} \cdot \tan \varepsilon$ ), so erhält man nun die Vergrößerung der okularlosen Optik:

$$V = \frac{B_3}{B_2} = \frac{f_{\text{Ob}}}{g}$$

Nach *Thierschs* Vermutung von  $f = 30 \text{ m}$  für die Brennweite des Pharosspiegels und  $g = 50 \text{ cm}$  entspräche dies im okularlosen Modus einer Vergrößerung von  $V = 30 / 0,5 = 60$ . Mit einer vor das Auge gehaltenen Okularlinse der Brennweite 5 cm (typisch für die gefundenen antiken Linsen, [14]), erzielt man dagegen eine Vergrößerung von  $V = 30 / 0,05 = 600$ . Im okularlosen Modus erreicht man also nur eine geringe 60-fache Vergrößerung und muss dazu einen perfekten Teleskopspiegel mit mehreren Metern Durchmesser schleifen. Ein solcher Spiegel, wenn er so dünn ist, wie in Abbildung 13 gezeichnet, verbiegt sich bereits

unter seiner eigenen Masse und er verliert seine Abbildungseigenschaften. Eine Vergrößerung von 60 erreicht man aber auch schon mit einem kleinen Amateurteleskop im Modus mit Okularlinse. Bereits unter Berücksichtigung allein dieses Gesichtspunktes erscheint der Vorschlag von *Thiersch* mit dem Riesenspiegel als völlig absurd.

In den vorangegangenen Betrachtungen zur Vergrößerung eines Fernrohres wird immer vorausgesetzt, dass die Qualität der Linsen und Spiegel hinreichend gut für eine Verwendung in einem Fernrohr ist. Aber gerade diese Voraussetzung ist anzuzweifeln. Nach dem gesicherten heutigen Wissen war die für die Herstellung großer Teleskopspiegel oder Linsen erforderliche Technologie damals nicht vorhanden. Ein metergroßer Spiegel, dessen gesamte Fläche optisch aktiv sein soll, muss in allen Segmenten mit einer Präzision geschliffen werden, die mindestens im Bereich der Wellenlänge des Lichtes liegt (ca. 500 nm). Standard für gute Amateurteleskope ist z.B. eine Genauigkeit von ca.  $\lambda/10$ .

Nicht nur jedes kleine Flächensegment eines großen Spiegels muss in sich diese etwaige Genauigkeit hinsichtlich der angestrebten Form und Güte der Politur aufweisen, sondern auch alle Flächensegmente des Spiegels müssen zueinander die richtige Lagebeziehung im Rahmen dieser Genauigkeit aufweisen. Ansonsten vereinigt sich das Licht aller Spiegelsegmente nicht in einem einzigen Brennpunkt, sondern es entstehen Mehrfachbilder von verschiedenen Teilflächen des Spiegels, die sich im Bereich des idealen Brennpunktes überlagern und vermischen. Ein scharfes Bild ist dann nicht mehr möglich. Dies lässt sich auch durch den folgenden Versuch leicht demonstrieren. Ein handelsüblicher sphärischer Schminkspiegel mit ca. 15 cm Durchmesser muss auf eine etwa münzgroße Fläche abgeblendet werden, um die Mehrfachbilder, die aufgrund seiner sphärischen Form und minderen Qualität unweigerlich entstehen, soweit zu unterdrücken, dass man damit einige verschwommene Mondstrukturen beobachten kann (Abb. 19). Folglich sind in diesem Fall nur münzgroße Teilsegmente des Gesamtspiegels für die optische Abbildung eines weit entfernten Gegenstandes tauglich. Gleiches gilt auch für einen antiken Teleskopspiegel, der nicht mit der erforderlichen Präzision geschliffen ist. Solange der Beweis für die Machbarkeit des perfekten antiken Riesenspiegels noch aussteht, darf man getrost annehmen, dass höchstens Spiegelsegmente von der Größe bekannter antiker Linsen bestenfalls die erforderliche optische Qualität aufweisen. Ein Fernrohr mit 30 m Brennweite, das nur eine optisch aktive Fläche von einigen Zentimetern aufweist ist natürlich nicht praktikabel. Aus 30 m Abstand erscheint dieses Spiegelstück nur unter einem Winkel von  $0,1^\circ$ . Das Gesichtsfeld dieses Fernrohres ist viel zu klein für eine praktische Beobachtung und auch die Ausrichtung auf den Gegenstand der Beobachtung, die ja durch Lageveränderung des Beobachters erreicht wird, ist dabei praktisch unmöglich.

Die Berichte über die Eigenschaften des Fernrohres sind ohnehin deutlich übertrieben und ungläubhaft und lassen den Rückschluss auf eine Existenz eines Fernrohres im Pharos nicht zu. Bis nach Konstantinopel, das einige Tausend Kilometer von Alexandria entfernt ist, ist schon aus geometrischen Gründen keine Sichtverbindung möglich, und außerdem läuft der „Sehstrahl“ in Richtung Konstantinopel über die aufragende Landmasse der heutigen Türkei. Hier begeben sich die Berichte über den Pharos vollends in das mythische Reich magischer Künste. Möglicherweise wurden die alten Überlieferungen über einen sinnvollen und machbaren Signalspiegel in späterer Zeit ausgeschmückt und dramatisch überhöht, um ein dem Normalsterblichen unzugängliches Geheimwissen vorzugaukeln. Die Physik, die als Werkzeug der Vernunft jedermann frei zugänglich ist, hilft auch hier, esoterische Verschleierungen zu lüften und zu entzaubern.

## Referenzen

- [1] H. Thiersch: Pharos, Antike Islam und Occident – Ein Beitrag zur Architekturgeschichte; B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1909
- [2] Homer: Ilias – Odyssee; Deutsch von J.H.Voss, Parkland Verlag, Köln 2000
- [3] J. Baltrusaitis: Der Spiegel: Entdeckungen, Täuschungen, Phantasien; 2. Aufl., Anabas-Verlag, Giessen 1996, Kapitel IV: Der Spiegel des Leuchtturms von Alexandria, S. 165 ff
- [4] E. Bauer: Die sieben Weltwunder, Orbis-Verlag, S. 130 ff
- [5] W. Großmann, H. Kahmen: Vermessungskunde, Bd. III, 12. Aufl., Sammlung Göschen, Walter de Gruyter, Berlin New York 1988, S. 39 - 42
- [6] W. Lang: Die Alpensicht von der Kalmit in alter und neuer Bewertung; Nachrichtenblatt der Vermessungs- und Katasterverwaltung Rheinland-Pfalz, Jg. 43, Heft 2 (2000), S. 118 - 128
- [7] Den Hinweis auf die korrekte Berechnung der Sichtweite bei Berücksichtigung der terrestrischen Refraktion verdanke ich Dr. Gerhard Schmidt; persönliche Mitteilung
- [8] B. E. Schaefer: Astronomy and the Limits of Vision; Vistas in Astronomy, Vol. 36 (1993), 311 - 361
- [9] W. Roedel: Physik unserer Umwelt, 2. Aufl., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1994, S. 27
- [10] Chr. Gerthsen: Physik; 18. Aufl., bearbeitet von H. Vogel; Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 1995, S. 568
- [11] Chr. Gerthsen: Physik; a.a.O., Beispiel 11.2.6. S. 595 & S. 1119
- [12] A.A. Mills & R. Clift: Reflections on the 'Burning Mirrors of Archimedes'; Eur.J.Phys. 13 (1992) 268 - 279
- [13] R. Temple: Die Kristall-Sonne – eine verlorengegangene Technologie des Altertums wieder entdeckt; Jochen Kopp Verlag, Rottenburg 2002
- [14] G. Sines & Y.A. Sakellarakis: Lenses in Antiquity; Am. Jour. Arch. 91 (1987), p 191 - 196

## Abbildungsverzeichnis

- Abb. 1: Alexandria zur Zeit der Ptolemäer; Modell im Museum of Natural History in New York
- Abb. 2: Luftbild des Hafens in heutiger Form; Bildquelle: [4]
- Abb. 3: Darstellung des Pharos auf einer antiken Münze, Bildquelle: [3]
- Abb. 4: Römisches Grabmal eines Kaufmanns mit den Leuchttürmen von Ostia (links) und Alexandria (rechts), Bildquelle: [4]
- Abb. 5: Mosaik aus dem 13. Jahrhundert aus Venedig. Dargestellt ist die Ankuft des Evangelisten Markus in Alexandria. Das Mosaik ist die letzte überlieferte Darstellung des Pharos vor seiner Zerstörung. Bildquelle: [4]
- Abb. 6: Rekonstruktion des Pharos von H. Thiersch; Bildquelle: [1]
- Abb. 7: Erdkrümmung und Bestimmung der Kimmtiefe
- Abb. 8: Die Kimm tangierender Lichtstrahl
- Abb. 9: Lichtreflex eines kleinen Planspiegels
- Abb. 10: Lichtreflex eines großen Planspiegels
- Abb. 11: Zur Berechnung der Dicke der abschwächenden Luftschicht
- Abb. 12: Visiereinrichtung für das Versenden von Lichtreflexen
- Abb. 13: Hypothetisches Fernrohr im Pharos; (Re-)Konstruktion von H. Thiersch; Bildquelle: [1]

Abb. 14: Astronomisches Fernrohr aus Objektiv und Okular

Abb. 15: Bildentstehung im Fernrohr und Vergrößerung des Seh winkels

Abb. 16: Bildentstehung im Hohlspiegel (oben) und Strahlengang im hypothetischen Pharos-Teleskop. Die violetten Strahlen veranschaulichen die Größerung des Seh winkels bei der Verwendung mit Okularlinse.

Abb. 17: Bildentstehung im Auge. Lichtbrechende Flächen sind Hornhaut und Augenlinse.

Abb. 18: Bildgröße eines nahen Gegenstandes im Auge

Abb. 19: Modell des hypothetischen Pharos-Teleskops mit einem sphärischen Schminkspiegel, Im Prinzip ist es funktionstüchtig, es erzeugt jedoch wegen der Abbildungsfehler nur ein unscharfes und stark verzerrtes Bild.



**Abb. 1**



**Abb. 2**



Abb. 3



Abb. 4



Abb. 5

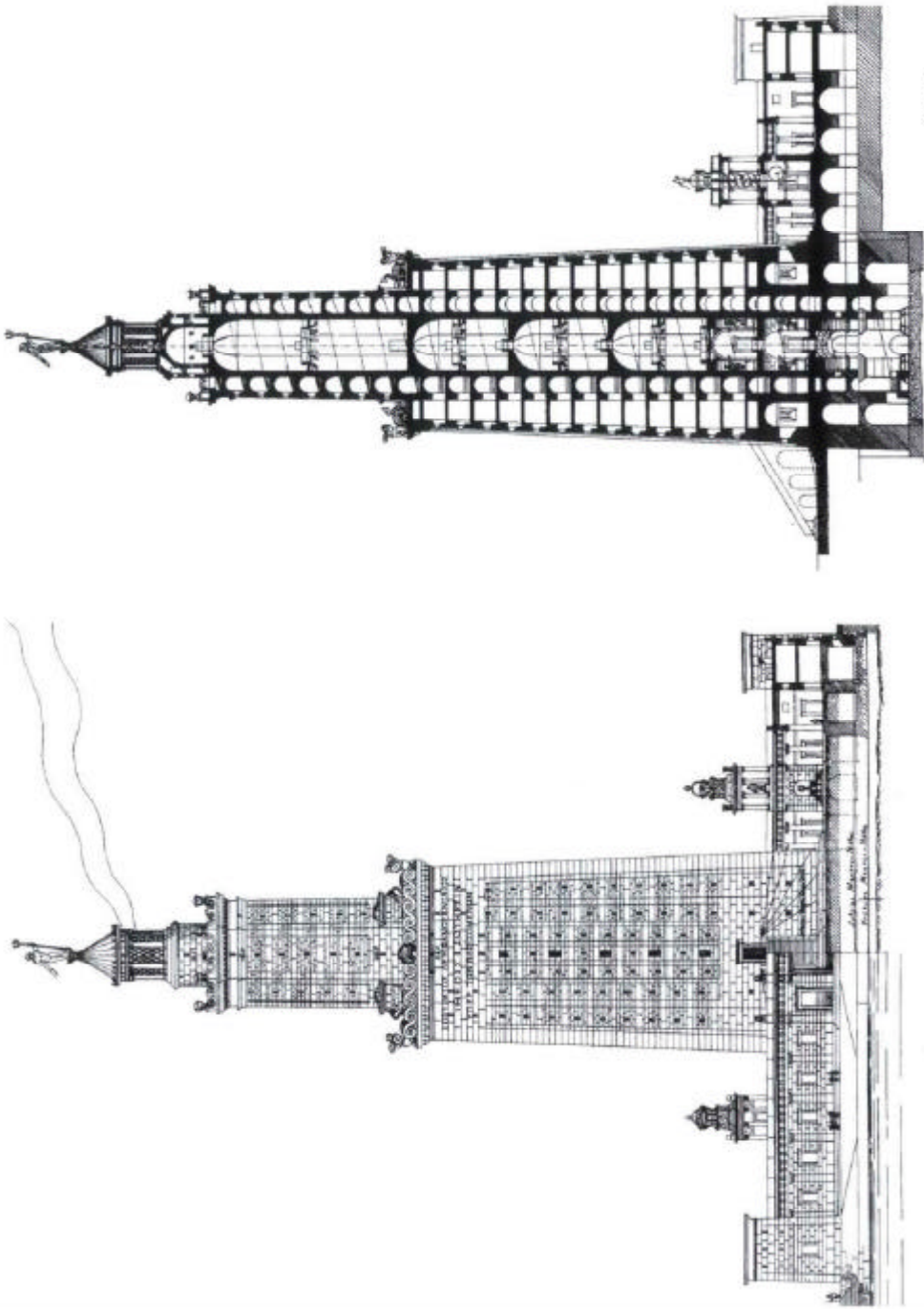


Abb. 6



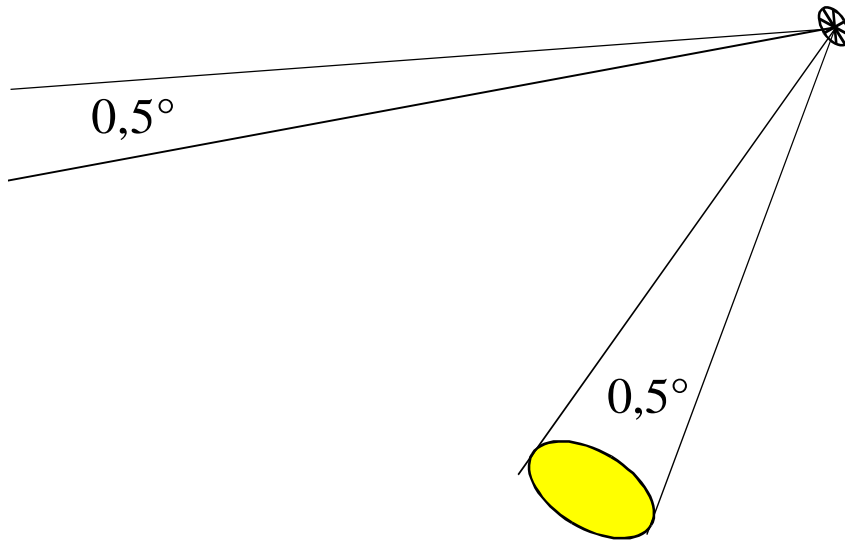


Abbildung 9

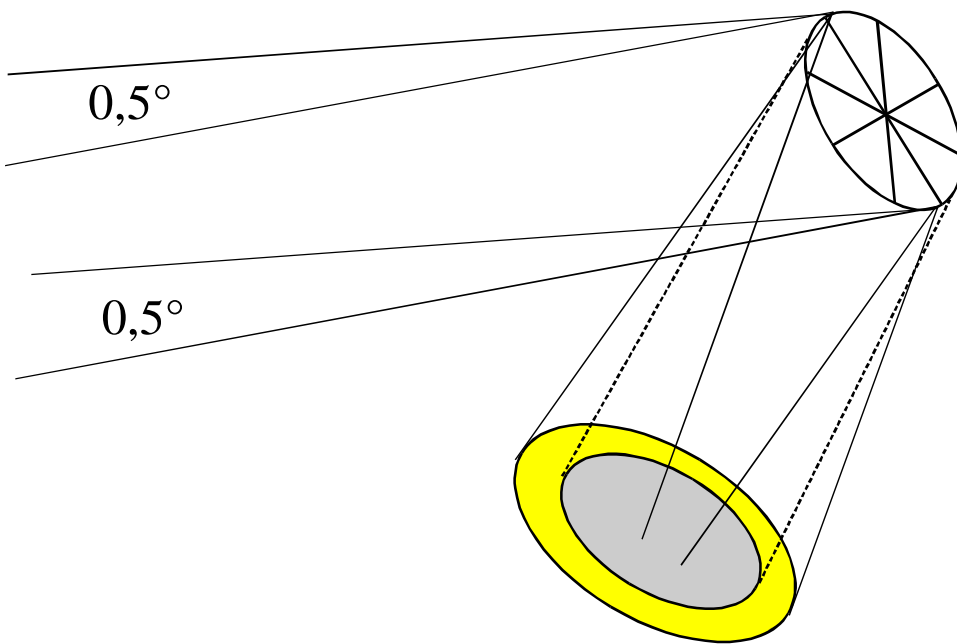


Abbildung 10

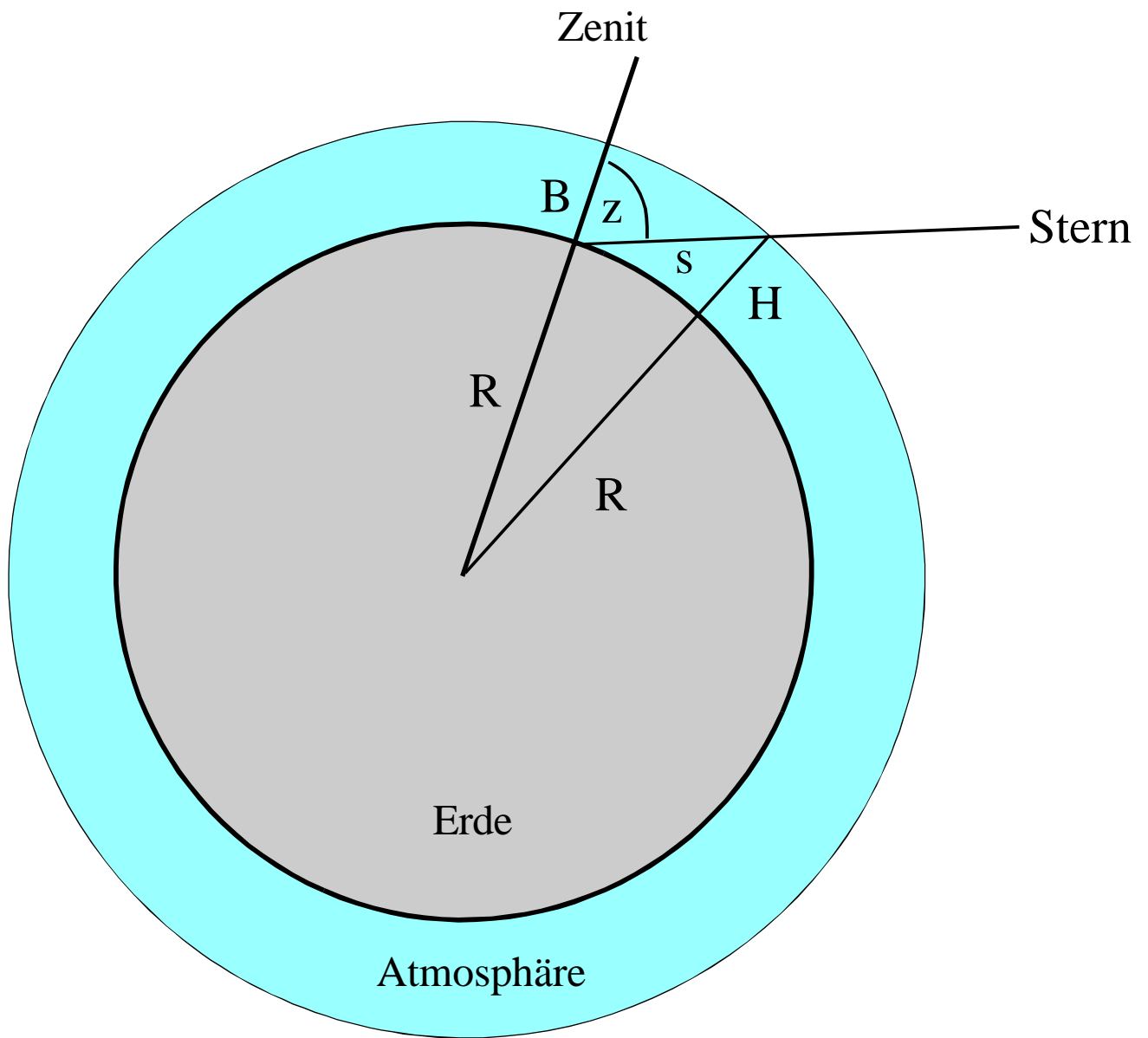


Abbildung 11

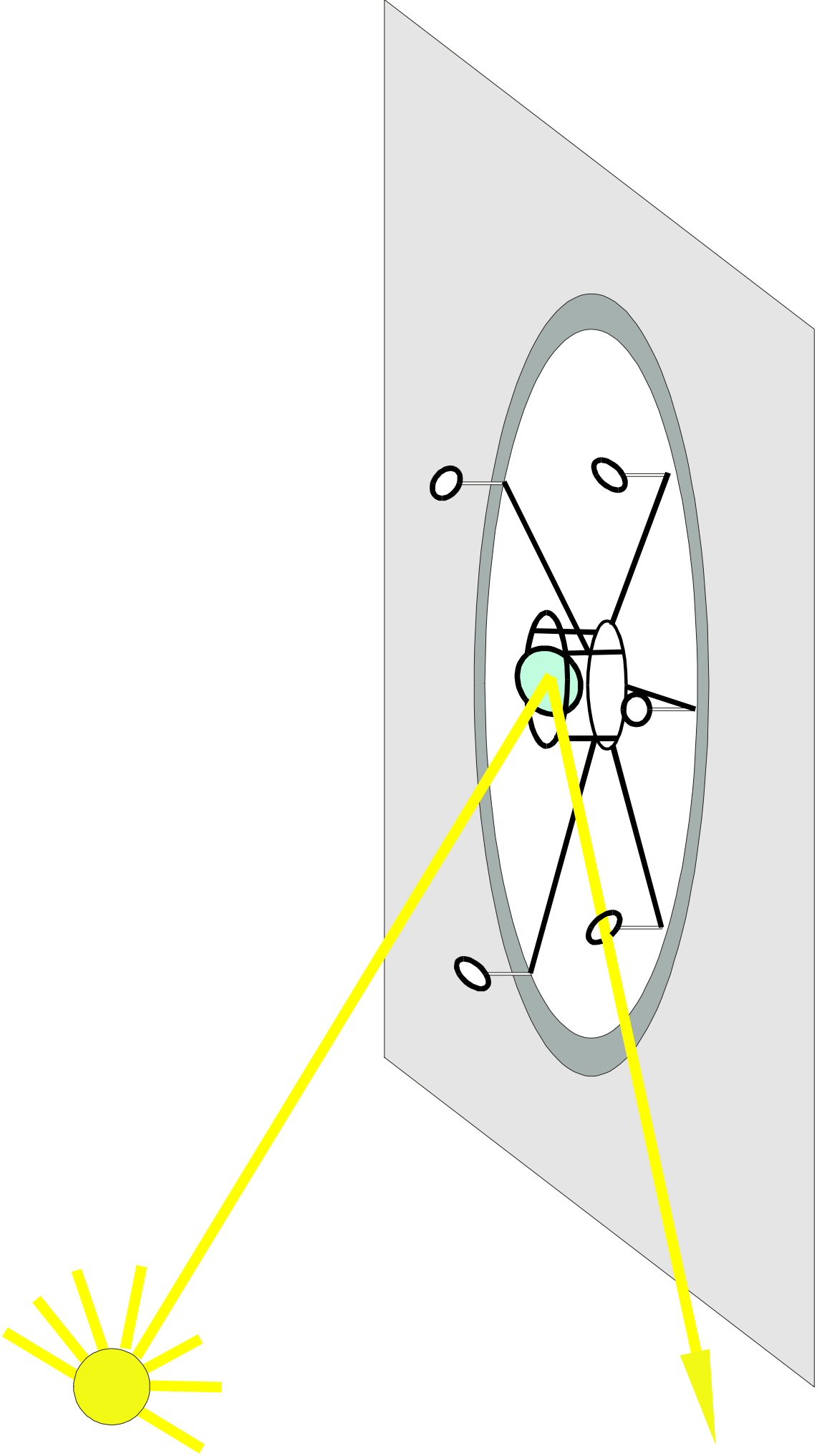
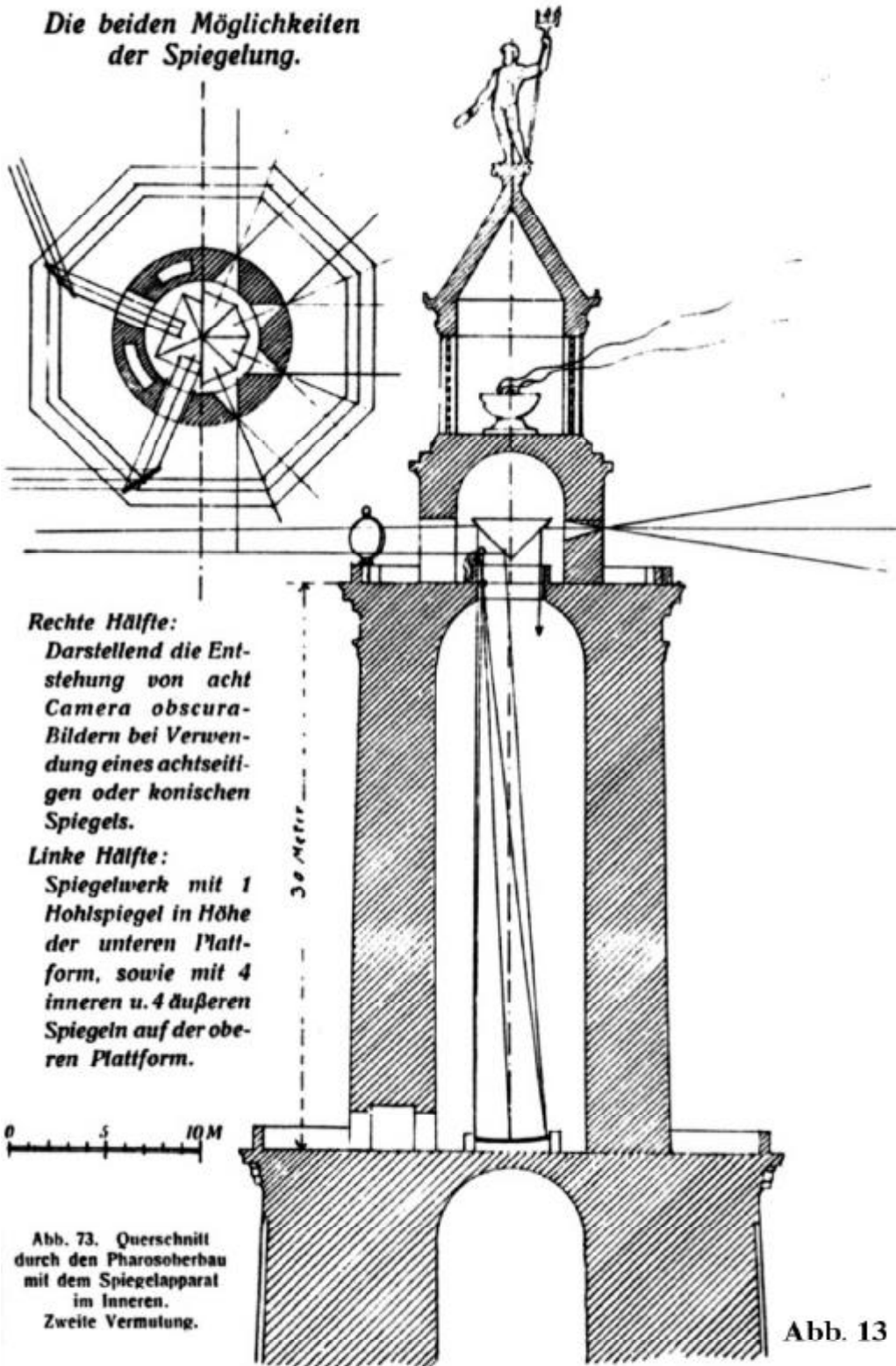


Abb. 12

**Die beiden Möglichkeiten  
der Spiegelung.**



**Rechte Hälfte:**  
Darstellend die Entstehung von acht Camera obscura-Bildern bei Verwendung eines achtseitigen oder konischen Spiegels.

**Linke Hälfte:**  
Spiegelwerk mit 1 Hohlspiegel in Höhe der unteren Plattform, sowie mit 4 inneren u. 4 äußeren Spiegeln auf der oberen Plattform.

0 5 10 M

Abb. 73. Querschnitt durch den Pharosoberbau mit dem Spiegelapparat im Inneren. Zweite Vermutung.

Abb. 13

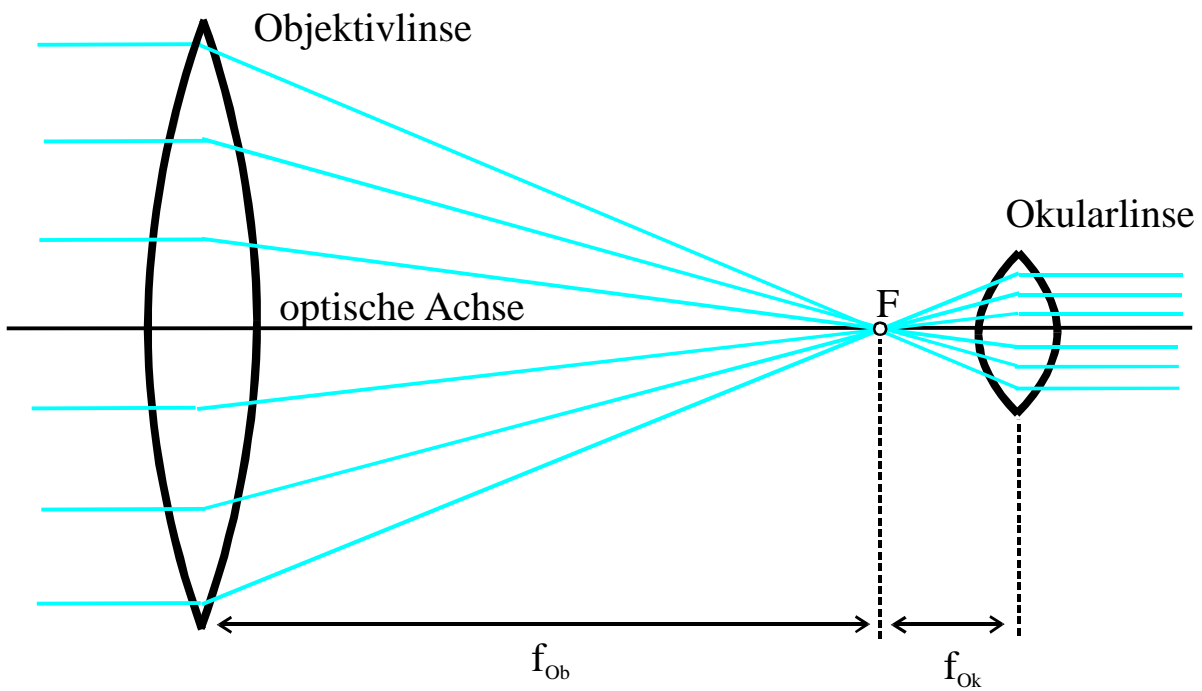


Abbildung 14

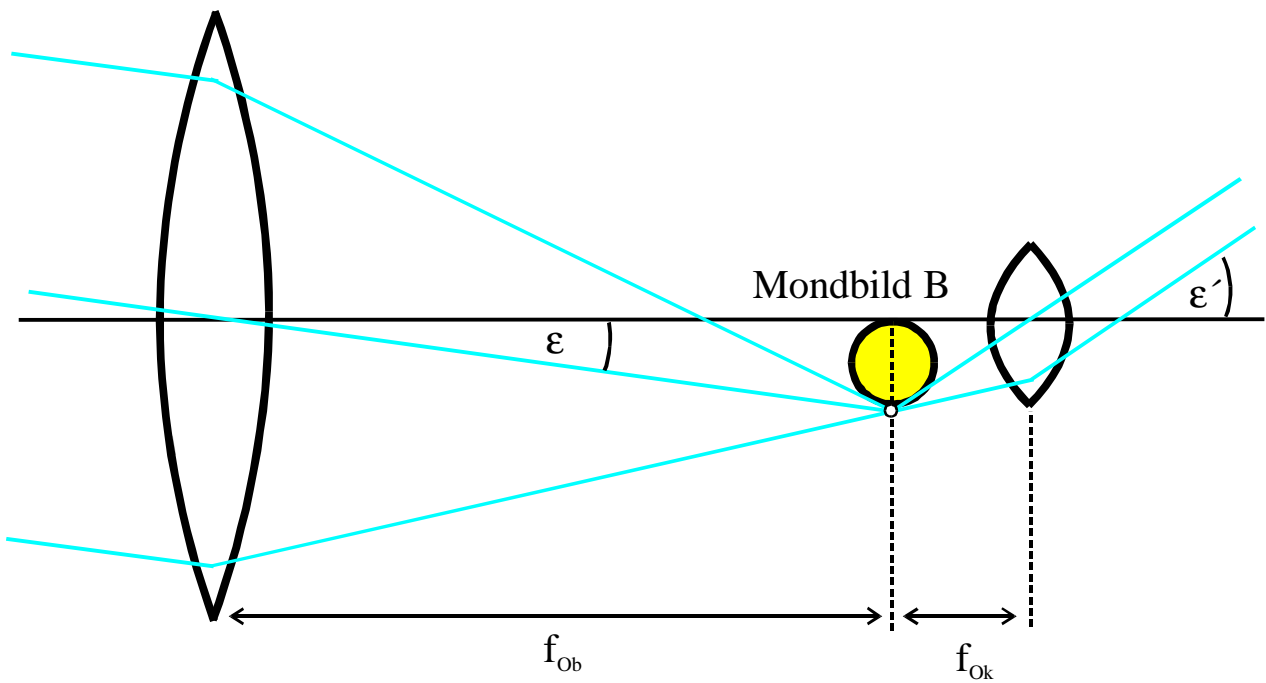


Abbildung 15

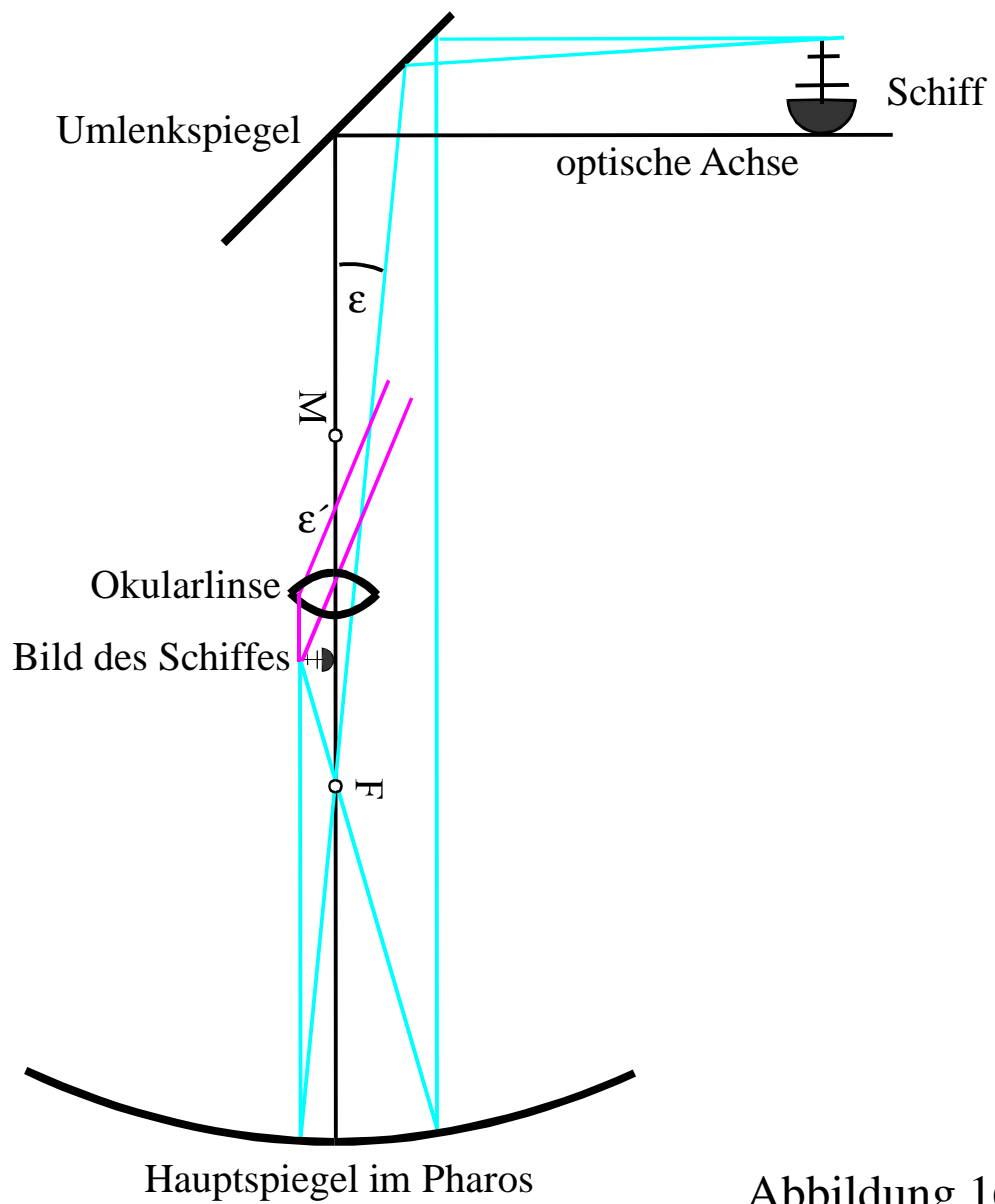
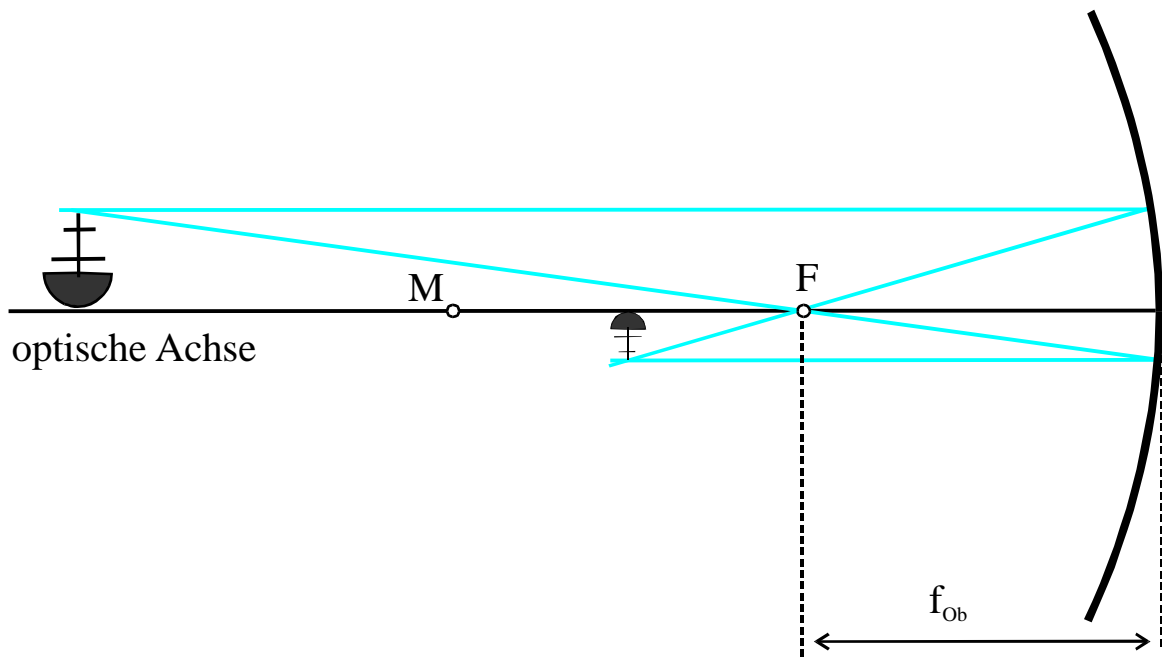


Abbildung 16

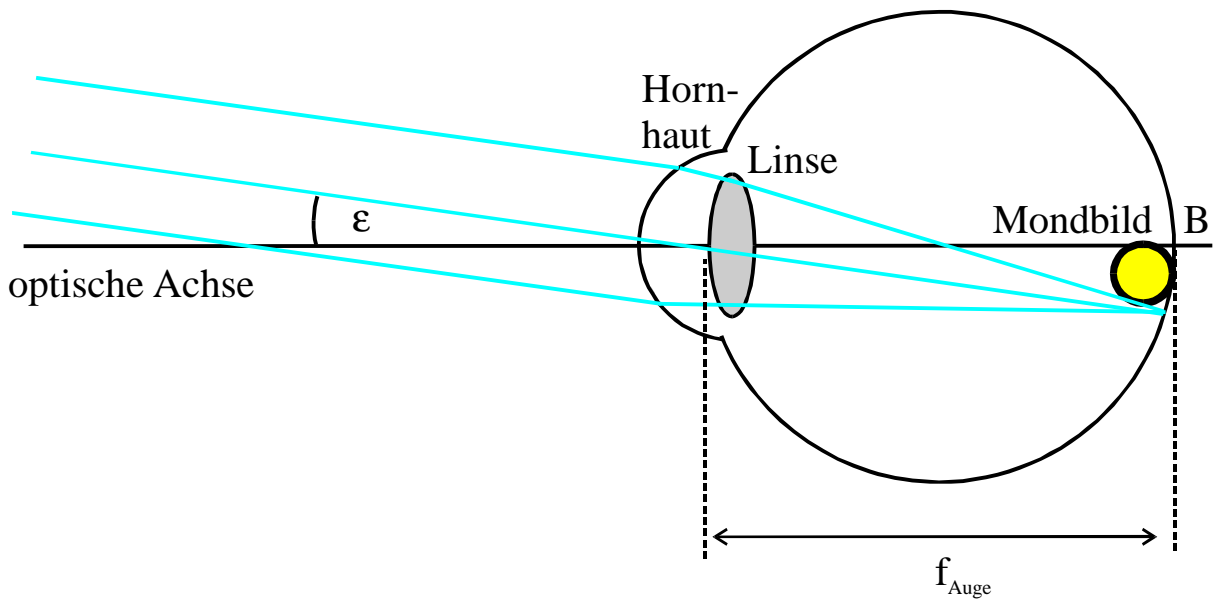


Abbildung 17

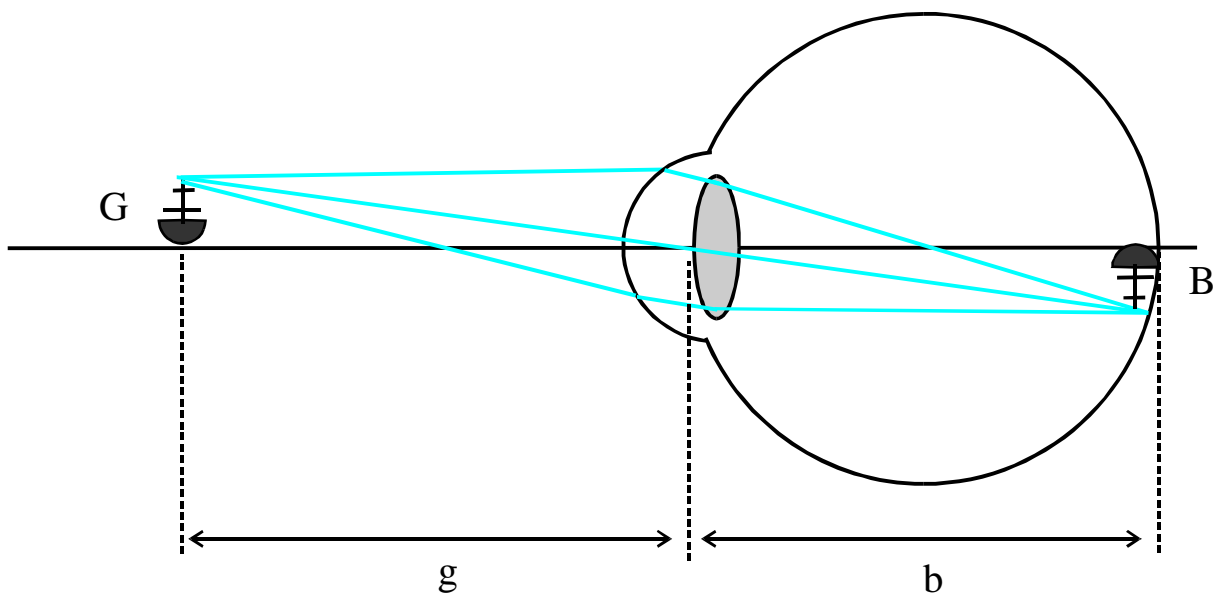


Abbildung 18



**Abb. 19**