

Schwarze Löcher - die geheimnisvollsten Objekte im Kosmos und die Veranschaulichung der Allgemeinen Relativitätstheorie

Was ist ein Schwarzes Loch, wie entsteht es, wie funktioniert es und was passiert, wenn man in seine Nähe gerät oder sogar hineinstürzt? - Dieser Aufsatz bietet Antworten auf diese spannenden Fragen. Dazu wird die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein in möglichst anschaulicher Weise erläutert und zeichnerisch dargestellt. Denn ohne ein Verständnis der Krümmung von Raum und Zeit in der Nähe großer Massen ist auch ein Verständnis der besonderen Eigenschaften eines Schwarzen Lochs nicht möglich.

*Charlotte Degner, Schülerpraktikantin der Westfälischen Volkssternwarte im Juni 2007
Burkard Steinrücken, Westfälische Volkssternwarte und Planetarium Recklinghausen*



Inhalt

- 1) Einleitung
- 2) Geschichtliches und Schwarze Löcher im Weltall
- 3) Veranschaulichung der Allgemeinen Relativitätstheorie
- 4) Referenzen und weiterführende Literatur

1) Einleitung

Schwarze Löcher sind die geheimnisvollsten Objekte im Kosmos. Für einen Gegenstand, der in ein Schwarzes Loch hineinfällt und dabei das Schwarze Loch noch vergrößert, gibt es keinen Weg mehr zurück in unsere Welt. Er ist für immer verschwunden. Als Ursache für die Wirkung eines Schwarzen Loches wird die Schwerkraft genannt, die im Bereich des Schwarzen Loches über alle Maßen hinauswächst. Seit der Aufstellung der Allgemeinen Relativitätstheorie im Jahre 1915 durch Albert Einstein wissen wir jedoch, dass es eine fernwirkende Schwerkraft zwischen Massen im Sinne Newtons gar nicht gibt. Vielmehr lässt sich diese als Auswirkung einer gekrümmten Raumzeit interpretieren, in der sich frei fallende Körper auf Idealbahnen in gekrümmten Räumen bewegen.

In dieser Arbeit soll die Grundidee der Relativitätstheorie, nämlich das Wesen des freien Falls von Körpern in einem gekrümmten Raumzeitkontinuum, vereinfacht veranschaulicht werden. Diese anschauliche Darstellungsweise wird dann auf den besonderen Fall des Schwarzen Loches übertragen und angewendet. Dazu sind Abbildungen und Modelle gekrümmter Oberflächen hilfreich.

Einige dieser Darstellungsmöglichkeiten werden in dieser Arbeit eingeführt und erklärt. Eines allerdings ist mit dieser zeichnerischen Darstellungsweise nicht möglich: Die vollständig richtige Behandlung der Relativitätstheorie, die drei Raumdimensionen und eine Zeitdimension voraussetzt. Diese vierdimensionale Ereigniswelt lässt sich nicht zeichnerisch veranschaulichen. Daher werden hier möglichst einfache zweidimensionale Figuren gewählt und ohne Formeln und Berechnungen diskutiert, wobei allerdings die wundervolle Idee Einsteins der geometrischen Erklärung der Gravitation verständlich werden soll.

Im ersten Teil der Abhandlung werden zunächst Themen wie die Namensgebung, die Entstehung Schwarzer Löcher, die Arten der Schwarzen Löcher und deren Nachweis durch die Astronomie behandelt. Im zweiten Teil widmen wir uns den grundlegenden und besonders spannenden Gedanken der Relativitätstheorie, die für das Verständnis der Schwarzen Löcher unverzichtbar ist.

2) Geschichtliches und Schwarze Löcher im Weltall

Zur Geschichte des Begriffes „Schwarzes Loch“

Die Bezeichnung „Schwarzes Loch“ – oder im Englischen „Black Hole“ – wurde vom amerikanischen Physiker J. A. Wheeler 1969 geprägt. Ein solches Objekt würde wegen des Einschusses aller Lichtwellen durch die Schwerkraft dem Auge völlig schwarz erscheinen. Die Idee eines solchen extremen Materiezustandes geht allerdings schon auf das 18. Jahrhundert zurück. Damals behauptete der englische Naturphilosoph und Geologe John Michell (1724 – 1793) und später auch der französische Naturwissenschaftler Marquis de Laplace (1749 – 1827), dass Sterne von hinreichender Masse und Dichte ein sehr starkes Gravitationsfeld haben. Durch dieses starke Gravitationsfeld kann das Licht nicht entfliehen und alles von der Oberfläche des Sterns ausgesandte Licht wird von den Gravitationskräften des Sterns wieder zurückgezogen. Obwohl man sie nicht sehen kann, weil kein Licht entweicht, spürt man doch ihre Massenanziehung. So schrieb Laplace bereits 1798:

"Ein leuchtender Stern von der gleichen Dichte wie die Sonne, dessen Durchmesser zweihundertfünfzig mal größer wäre als der der Sonne, würde als Folge seiner Anziehung keinem seiner Strahlen erlauben, uns zu erreichen; es ist deshalb möglich, dass die größten leuchtenden Körper im Weltall aus diesem Grunde unsichtbar sein könnten."

Entstehung Schwarzer Löcher

Um die Entstehung eines Schwarzen Loches nachvollziehen zu können, braucht man zunächst eine Vorstellung vom Lebenszyklus der Sterne, denn die Entstehung Schwarzer Löcher in der Natur setzt die Kompression der Materie auf einen Mindestabstand voraus. Nur einer gigantischen Masse wie der eines Sterns oder auch Sternhaufens ist möglich, eine solche Kompression durch ihre Eigengravitation selbst zu erwirken.

Ein Stern entsteht, wenn eine große Menge Gas, meist Wasserstoff, zu kollabieren beginnt. Das Gas zieht sich unter der eigenen Gravitation zusammen. Es kommt während dieser Kontraktion immer häufiger und mit immer höheren Geschwindigkeiten zu Kollisionen zwischen den Gasatomen. Die Folge ist, dass das Gas sich erwärmt, bis es schließlich so heiß ist, dass die kollidierenden Wasserstoffatome nicht mehr voneinander abprallen, sondern miteinander verschmelzen und Helium bilden. Dieser Vorgang wird Kernfusion genannt und setzt hinreichend große Temperaturen im Zentralbereich des Sterns voraus.

Die durch Kernfusion freigesetzte Energie ersetzt den durch Abstrahlung verloren gegangenen Anteil und sorgt somit für gleich bleibende Temperaturverhältnisse im Inneren des Sterns. Der Stern wird durch die Wärme, die bei dieser Reaktion frei wird, zum Leuchten gebracht. Die Kernfusion verstärkt aber auch den Druck des Gases, bis er ebenso groß ist wie die Gravitation, worauf sich das Gas nicht weiter zusammenzieht. Die Sonne beispielsweise befindet sich in diesem Stadium des sog. "Wasserstoffbrennens". Schließlich gehen dem Stern jedoch der Wasserstoff und andere Kernbrennstoffe aus, wonach er sich weiter zusammenzieht, bis sich die Gravitationskraft mit Kräften im Inneren der Materie, die einem Kollaps widerstreben, die Waage hält.

Ein Schwarzes Loch entsteht, wenn ein massereicher Stern am Ende seines Lebens eine hinreichende Eigengravitation besitzt, so dass auch diese inneren Kräfte zwischen Elektronen und auch Nukleonen überwunden werden können. Dann explodiert der Stern als Supernova

und sprengt seine äußeren Hüllen ab, während der Sternkern zum Schwarzen Loch kollabiert. Diese Massengrenze liegt bei etwa 3,2 Sonnenmassen (Oppenheimer-Volkoff-Grenze). Eine Masse dieser Größe unterliegt jenseits dieser Grenze notwendigerweise einem Gravitationskollaps, weil es im Innern der Materie keine Kraft gibt, die dem Gravitationsdruck dann noch standhalten könnte.

Schwarze Löcher im Universum

Man unterteilt Schwarze Löcher je nach der Art der Entstehung und aufgrund ihrer Masse in verschiedene Klassen - Stellare Schwarze Löcher und Schwarze Löcher im Zentrum von Galaxien.

i) Stellare Schwarze Löcher

Stellare Schwarze Löcher entstehen nach dem in vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Mechanismus. Sie enthalten einige bis einige zig Sonnenmassen. Beobachten kann man sie nur, wenn Materie, z.B. durch Übertrag von einem nahen Begleitstern, hineinfällt und sich vor diesem Sturz durch Aussendung von Strahlung verrät. Abbildung 1 stellt ein stellares Schwarzes Loch in einem Doppelsternsystem dar. Vom Stern wird Materie zum Schwarzen Loch transportiert, da dieser sich in bestimmten Phasen seiner Entwicklung aufbläht und dabei Teile seiner äußeren Gashülle in den direkten Umkreis des Schwarzen Lochs befördert. Dort sammelt sich das Gas in einer sog. "Akkretionsscheibe", in der es das Schwarze Loch umrundet. Dabei erhitzt sich dieses Gas. Es wird umso schneller und heißer, je mehr es sich dem Ereignishorizont des Schwarzen Loches nähert. In diesem Zustand wird das erhitzte Gas zur Quelle von elektromagnetischer Strahlung. Es sendet u.a. Röntgenstrahlung schwankender Intensität aus, die mit Röntgensatelliten in der Erdumlaufbahn nachgewiesen werden kann. Ist das Material erst einmal hinter dem Ereignishorizont verschwunden, erreicht keine weitere Strahlung mehr den Außenbereich. Das Schwarze Loch wird durch den Massenzuwachs der einstürzenden Materie schwerer und größer.

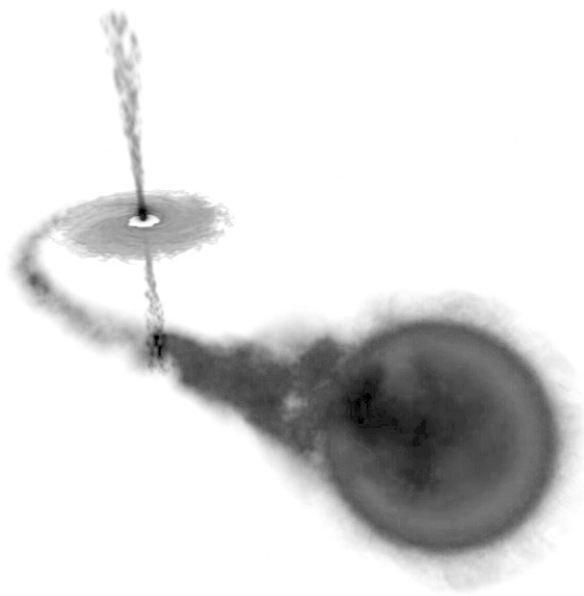


Abbildung 1: Dargestellt ist ein stellares Schwarzes Loch (links) mit einer Akkretionsscheibe in einem Doppelsternsystem. Vom Begleitstern (rechts) fließt Masse zum Schwarzen Loch über.

ii) Schwarze Löcher in Galaxienzentren

Die größten bekannten Schwarzen Löcher befinden sich im Zentrum von Aktiven Galaxien. Sie enthalten 10^6 bis 10^9 Sonnenmassen. Materie im Einflußbereich dieser Schwarzen Löcher sammelt sich ebenfalls in einer gewaltigen Akkretionsscheibe. Das rotierende heiße Plasma erzeugt auch elektrische und magnetische Felder, die ihrerseits wie ein Teilchenbeschleuniger wirken und eine hochenergetische Teilchenstrahlung entlang der Rotationsachse des Schwarzen Loches und seiner Akkretionsscheibe in beide Richtungen versenden. Diese Schwarzen Löcher in Galaxienkernen sind die Quellen der höchstenergetischen kosmischen Strahlung.

Je nachdem, wie die Strahlachse dieser Teilchenstrahlen ("Jets") in Bezug zur Richtung zur Erde steht, bzw. aus welcher Richtung wir auf diese zentrale Maschine im Inneren einer aktiven Galaxie blicken, sieht man bei astronomischen Beobachtungen im Lichtwellen-, Radio- oder Röntgenbereich unterschiedliche Charakteristika. Mittlerweile gilt als gesichert, dass es sich bei den unterschiedlichen Typen hochenergetischer astronomischer Objekte wie "Quasare", "Seyfert-Galaxien", "Radiogalaxien" und "Blazare" jeweils um Galaxien mit einem aktivem Schwarzen Loch im Zentrum handelt, die nur unter einem unterschiedlichen Blickwinkel beobachtet werden (Abb. 2).

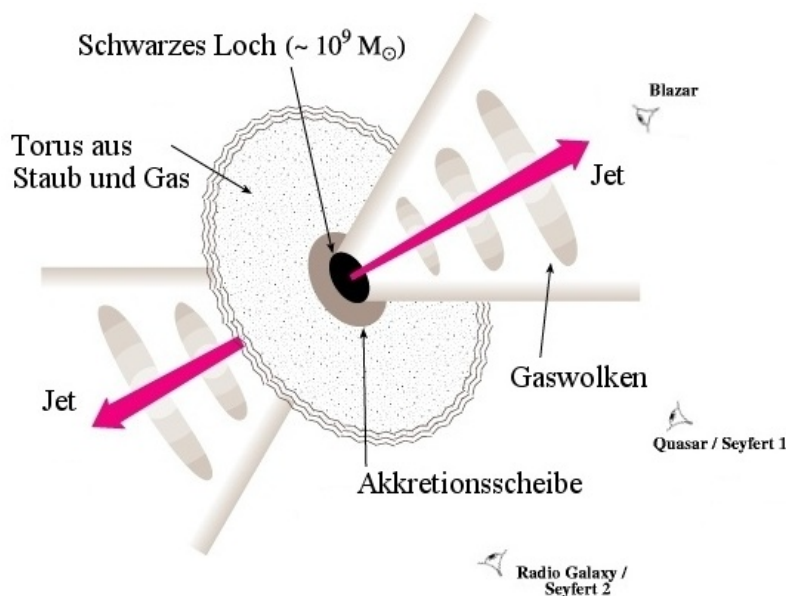


Abbildung 2: Schematische Darstellung der zentralen "Maschine" in einer Aktiven Galaxie. Ein supermassives Loch ist umgeben von einer Akkretionsscheibe, einem Torus aus Staub und Gas und Gaswolken. In der Nähe des Schwarzen Lochs werden Materieteilchen durch Magnetfelder extrem beschleunigt und verlassen die Zentralregion der Galaxie in Form zweier hochenergetischer Teilchenstrahlen (Jets). Je nach Blickwinkel auf diese Maschine erscheint sie den irdischen Astronomen als "Quasar", "Seyfert-Galaxie", "Radiogalaxie" oder "Blazar".

iii) Das Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße

Im Zentrum unserer Milchstraße befindet sich genau am Ort der zuvor schon bekannten Radioquelle Sagittarius A* ein ruhendes Schwarzes Loch mit einer Masse von drei bis vier Millionen Sonnenmassen. Astrophysiker entdeckten Sterne, die rasend schnell ihre Bahn um das gigantische Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße ziehen.

Bekannt wurde insbesondere der Stern "S2". Er ist um das 15-fache massiver und sieben Mal so groß wie unsere Sonne, umkreist das galaktische Schwerkraftzentrum innerhalb von nur 15 Jahren und nähert sich ihm auf bis zu 17 Lichtstunden an. Wie ein Planet die Sonne umkreist, umkreist er das unsichtbare Schwarze Loch. Dabei erreicht er eine Geschwindigkeit von etwa 1,7% der Lichtgeschwindigkeit. Aus seiner Bewegung ließ sich die Masse des Zentralobjektes bestimmen und so wurde der Beweis erbracht, dass sich am Ort von Sagittarius A* wirklich ein Schwarzes Loch befindet.

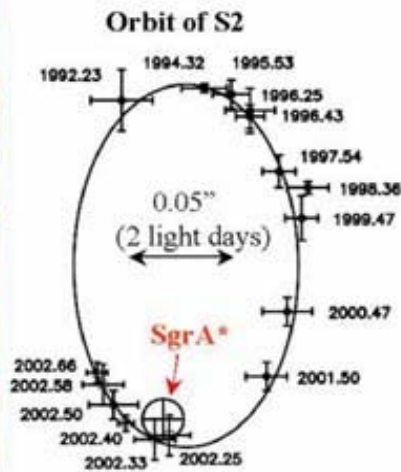
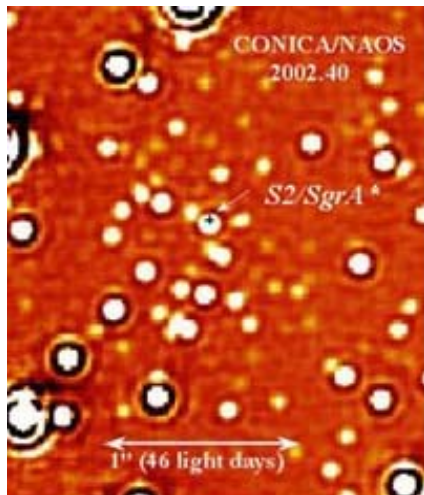


Abbildung 3: Zu erkennen ist der zentrale Sternhaufen und die Umlaufbahn von S2 um Sagittarius A*. Die linke Abbildung, die im Frühjahr 2002 entstand, zeigt einen Ausschnitt des Sternhaufens in der Umgebung von Sagittarius A*. Die rechte Skizze beschreibt die aus Beobachtungen von 1992 – 2002 abgeleitete Umlaufbahn von S2 um Sagittarius A*.

3) Veranschaulichung der Allgemeinen Relativitätstheorie

In diesem zweiten Teil der Abhandlung werden einige Ideen der Einsteinschen Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) entwickelt und visualisiert. Die ART beschreibt die Schwerkraftphänomene als Folge einer Krümmung von Raum und Zeit. J. A. Wheeler beschrieb das Wesen der Gravitation folgendermaßen:

"Raumzeit bestimmt die Bewegung von Masse, Masse bestimmt die Krümmung von Raumzeit."

In der Relativitätstheorie fasst man die drei räumlichen Dimensionen eines Körpers (Länge, Höhe und Breite) und die Zeit zur sogenannten Raumzeit zusammen. Die Zeit wird dabei wie eine räumliche Dimension behandelt, wobei man immer bedenken muss, dass eigentlich der Verlauf der Zeit gemeint ist. Eine Zeiteinheit von einer Sekunde entspricht der Länge von 300.000 km, also jener Strecke, die das Licht in einer Sekunde zurücklegt („Lichtsekunde“). Insgesamt also besteht die Raumzeit aus vier Dimensionen, einer Zeit- und drei Raumdimensionen. Diese vierdimensionale Ereigniswelt ist geometrisch nicht darstellbar und lässt sich nur mit Methoden der höheren Mathematik beschreiben. Einige Phänomene der ART lassen sich aber in vereinfachter Form in zwei Dimensionen beschreiben. Dies wird im Folgenden erläutert.

Beispiele für Raumzeiten aus zwei Raumdimensionen

Als erstes Beispiel soll eine Fläche behandelt werden, die einen Raum (Länge und Breite) darstellt, der weit entfernt von allen Massen ist. Dieser Raum sei zunächst ungekrümmt, d.h. flach, weil keine Massen vorhanden sind, die ihn krümmen könnten (siehe Abbildung 4). Ein Lichtstrahl bewegt sich in diesem Raum entlang einer „Ideallinie“, auch „Geodätische Linie“ oder „Geodäte“ genannt. Die Geodäte stellt die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten entlang der Oberfläche dar.

Zwei Lichtstrahlen, die parallel ausgesendet werden, treffen sich in dieser flachen Geometrie niemals – sie verlaufen immer parallel zueinander. „Lebt“ man in dieser Flächenwelt, z.B. als ein zweidimensionales Krabbelwesen, so kann man aufgrund dieser Eigenschaft feststellen, dass die Geometrie flach ist: Parallel ausgesandte Strahlen schneiden sich nie. Eine weitere Möglichkeit zur Feststellung der Flachheit des Raumes basiert auf der Vermessung von Dreiecken. In einer flachen Geometrie hat ein Dreieck immer die Winkelsumme (Summe aller drei Innenwinkel) von 180° (siehe Abbildung 4).

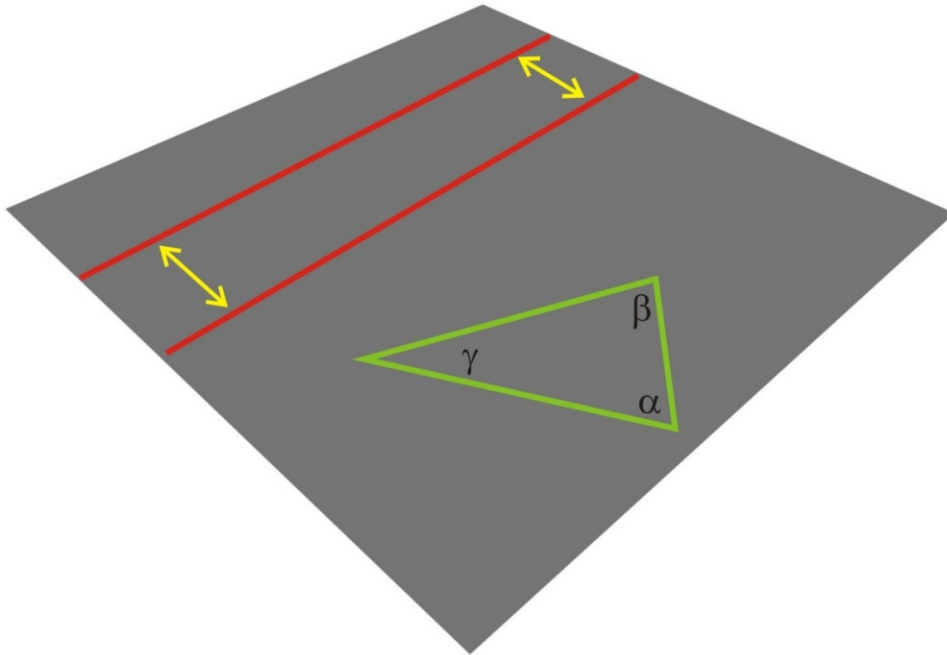


Abbildung 4: In einer flachen Geometrie schneiden sich zwei Parallelen niemals und die Winkelsumme eines Dreiecks ($\alpha + \beta + \gamma$) beträgt immer 180° .

Ganz anders sind die Verhältnisse in Gegenwart einer großen Masse, z.B. der Sonne. Abbildung 5 zeigt eine entsprechende Fläche wie oben, die aber nun mitten durch die Sonne hindurch geht. Man darf sich hierbei nicht vorstellen, dass sich eine Schnittfläche im Weltraum ausbeult und man eine verbeulte Sonnenumgebung sehen könnte. Gemeint ist hier die geometrische Eigenschaft einer Fläche, die genau die Sonne durchschneidet. Diese hat nun nicht mehr die Eigenschaften der flachen Geometrie (parallel ausgesandte Lichtstrahlen bleiben parallel zueinander; die Winkelsumme im Dreieck beträgt immer 180°), sondern sie zeigt Abweichungen davon.

So werden Lichtstrahlen, die knapp an der Sonne vorbeigehen, abgelenkt. Diese Eigenschaft lässt sich durch die dargestellte Krümmung verstehen. Lässt man nun auf dieser gekrümmten Fläche Lichtstrahlen parallel loslaufen, stellt man fest, dass sie – je nachdem welchen Bereich der gebeulten Fläche sie durchlaufen – zusammenlaufen und sich womöglich sogar überschneiden oder voneinander entfernen (Abbildungen 5 und 6).

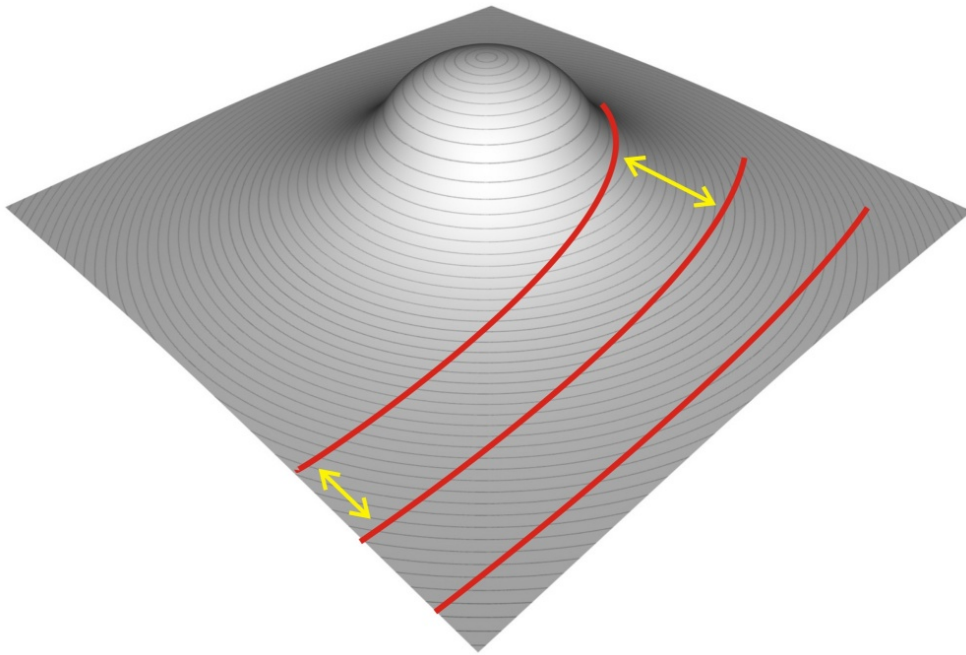


Abbildung 5: Die Flanke in der ausgebeulten Fläche ist negativ gekrümmt, denn dort laufen parallele Lichtstrahlen, die sich innerhalb dieser gekrümmten Fläche in Gestalt einer Ideallinie ausbreiten, auseinander.

Zwei parallele Lichtstrahlen, die die Beule auf beiden Seiten umlaufen, werden zueinander hin bewegt (Abbildung 6). Unter Umständen können sie sich sogar überschneiden. Dies ist das Kennzeichen einer positiv gekrümmten Fläche. Ein Probedreieck im Scheitelpunkt der Beule (Abbildung 7) hat eine Winkelsumme größer als 180° und ist damit ebenfalls ein Nachweis für die positive Krümmung der Beule.

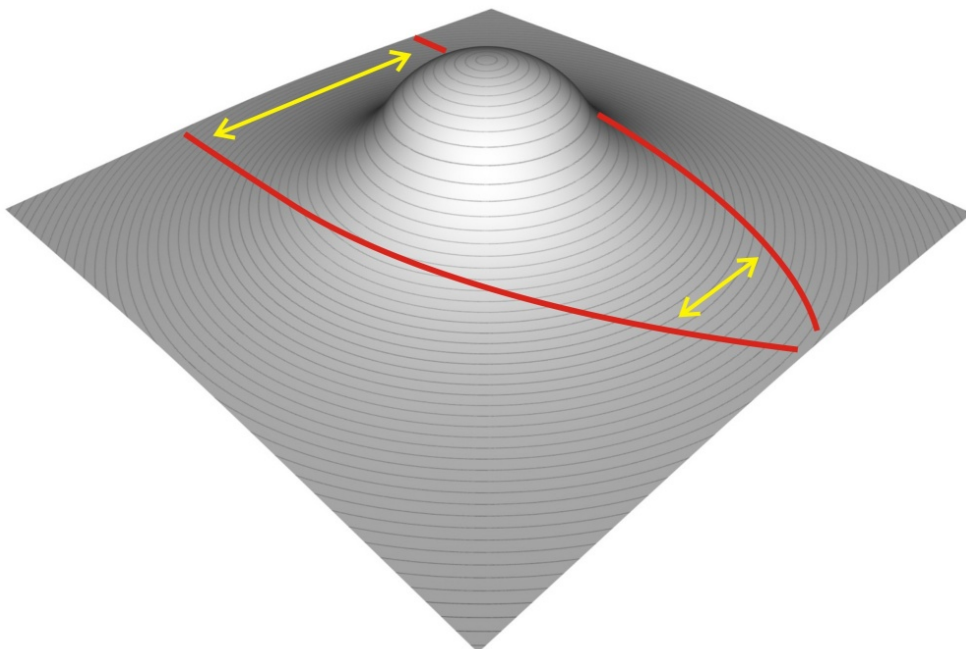


Abbildung 6: Zwei Lichtstrahlen, die rechts bzw. links an der Beule vorbeilaufen, werden zusammengeführt und überschneiden sich womöglich sogar (hier nicht dargestellt).

Ein Zusammenlaufen der parallel gestarteten Lichtstrahlen beobachtet man im Bereich der Flanke der Beule. In dieser ringförmigen Zone um die Sonne herum ist die Krümmung negativ. Dies kann man auch wieder durch das Messen der Winkelsumme eines Dreiecks nachweisen, das auf diesen Bereich der Fläche aufgezeichnet wird: Man findet – je nach Gestalt eines solchen Probedreiecks – im negativ gekrümmten Bereich immer Winkelsummen kleiner als 180° , nie jedoch Werte größer oder gleich 180° (siehe Abbildung 7).

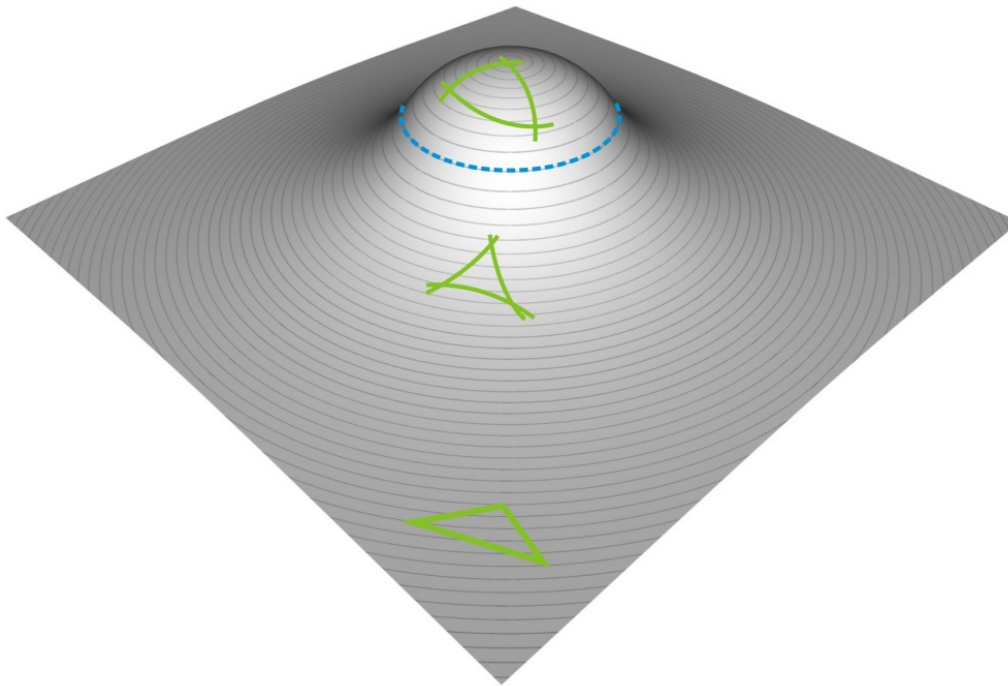


Abbildung 7: Die beulenförmige Raumzeit enthält Zonen positiver, negativer und verschwindender Krümmung, wie man durch die Vermessung von Dreiecken aus Ideallinien-Segmenten herausfinden kann. Die gestrichelte blaue Linie trennt die Zone negativer Krümmung an der Beulenflanke von der Zone positiver Krümmung im Beulenscheitel.

Abbildung 7 enthält auch eine gestrichelte Linie, die die Zone der positiven Krümmung von der Zone der negativen Krümmung trennt. Eine Raumfläche, die eine Masse durchschneidet, besteht sowohl aus Gebieten positiver als auch aus negativer Krümmung. Positiv gekrümmt – und damit zusammenziehend was den Weg von Lichtstrahlen oder auch frei fallender Körper betrifft – ist der Bereich innerhalb einer Masse. Negativ gekrümmt – und damit von auseinandertreibender Wirkung was den Weg von Lichtstrahlen oder auch frei fallender Körper betrifft – ist der Bereich außerhalb einer Masse. Die gestrichelte Linie stellt den Übergangsbereich verschwindender Krümmung dar. Sie entspricht dem Sonnenrand.

Fazit: Die Masse krümmt den Raum und die Lichtstrahlen werden, entsprechend dieser Krümmung, von ihrer geradlinigen Bahn abgelenkt. Die Geometrie dieser Fläche beschreibt also – in Verbindung mit der Forderung der Ideallinie – für Lichtstrahlen auf der Fläche die beobachtbaren Verhältnisse in der Natur (Ablenkung von Lichtstrahlen beim Vorbeiflug an Massen) perfekt.

Einstein hat erkannt, dass man solche Naturphänomene, wie hier die Ausbreitung des Lichtes im leeren Raum oder im Bereich einer Masse, durch die Krümmung des Raumes (genauer: die Krümmung der vierdimensionalen Raumzeit) beschreiben kann. Diese Raumzeitkrümmung erklärt schließlich auch den freien Fall und alle Erscheinungen, die man seit Newton als Folge einer „Schwerkraft“ oder „Gravitation“ verstand. Durch die Arbeiten

Einsteins konnte die Gravitationskraft auf die Eigenschaften der Geometrie von Raum und Zeit zurückgeführt werden, in die wir eingebettet sind und in der wir uns bewegen.

Im Folgenden werden wir uns zunächst Gedanken machen, wie man den Fall der Körper auf der Erde durch ein solches geometrisches Modell verstehen kann, bevor wir davon ausgehend die besonderen Verhältnisse bei einem Schwarzen Loch behandeln. Dazu muss aber nun auch die Zeit berücksichtigt werden, weshalb wir jetzt eine zweidimensionale Raumzeit kennenlernen, in der eine Koordinate die Zeit repräsentieren soll. Die zweite noch verbleibende Dimension entspricht dann einer Länge, z.B. der Falllinie eines Steins, der senkrecht auf die Erde zufällt. Andere Beispiele aus dem täglichen Leben, wie der Wurf eines Balls oder der Flug eines Satelliten, der in der Zeit und in zwei Raumdimensionen erfolgt (Kurve oder Kreis) kann auf diese Art nicht behandelt werden, da bereits die räumliche Bewegung in zwei Dimensionen erfolgt und dann keine Zeit mehr dargestellt werden könnte.

Der lotrechte freie Fall an der Erdoberfläche als Beispiel für eine Raumzeit aus einer Raum- und einer Zeitdimension

Die Abbildungen des vergangenen Abschnitts haben eine zweidimensionale rein räumliche „Raumzeit“ dargestellt, in der für die Zeitkoordinate kein Platz war. Nun soll eine zweidimensionale „echte Raumzeit“ vorgestellt werden, die aus einer Raum- und einer Zeitkoordinate besteht.

Bei der Beschreibung des freien Falls eines materiellen Körpers in der Nähe einer Masse, wie z.B. der Erde, erweist sich, dass die räumliche Beule und damit die Krümmung der Schnittfläche durch die Erde vernachlässigt werden kann. Selbst im Fall der Sonne macht diese Beule kaum etwas aus. An der Entfernung Erde – Sonne von etwa 150 Millionen Kilometern hat diese Beule nur einen geringen zusätzlichen Anteil von ca. acht Kilometern gegenüber der entsprechenden Strecke auf einer ungekrümmten Fläche.

Der freie Fall auf der Erde kann demnach nicht durch ein der Abbildung 7 entsprechendes rein räumliches Modell für die Krümmung der Raumzeit verantwortlich gemacht werden. Die Raumzeitkrümmung im Bereich der Erdoberfläche bewirkt zum Einen den langsameren Gang von Uhren in der Nähe der Erdmasse, zum Anderen auch den Fall von Körpern in Richtung der Masse. Man kann geradezu folgern, dass die Verlangsamung der Zeit in Richtung der Masse den Fall bewirkt. Wie lässt sich dies geometrisch veranschaulichen? – Dazu soll zunächst eine flache zweidimensionale Raumzeit aus einer Raum- und einer Zeitdimension dargestellt werden, in der ein Fall nicht auftritt (siehe Abbildung 8).

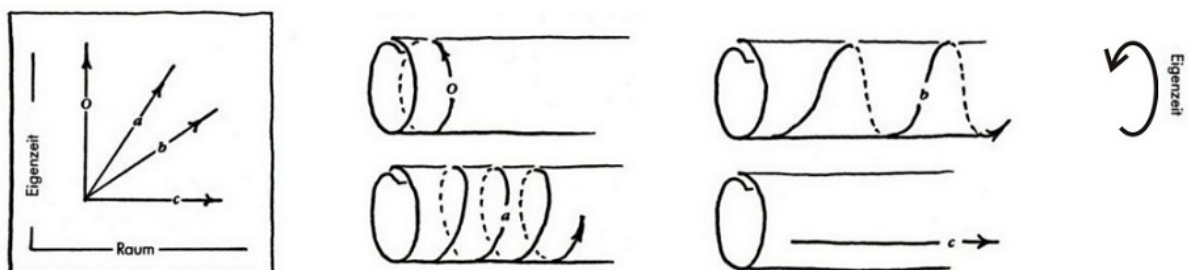


Abbildung 8: Eine flache zweidimensionale Raumzeit mit einer Raumkoordinaten (nach rechts) und einer Zeitkoordinaten (nach oben), einmal flach ausgelegt, und dann als Zylinder zusammengerollt (rechtes Teilbild). Ein Körper bewegt sich je nach Anfangsgeschwindigkeit auf einer geraden Linie durch diese Raumzeit (0, a, b, c), die um so mehr in Richtung der Raumkoordinate weist, je schneller der Körper ist. Bei der Aufrollung der Fläche zum Zylinder werden aus diesen Weltlinien Wendeln.

Wie zuvor „durchfahren“ Körper, die in dieser Raumzeit sich selbst und dem Spiel der Natur unterworfen werden, eine Ideallinie. Auf der ungekrümmten Fläche der Abbildung 8 sind dies gerade Linien. Je nachdem, wie eine solche Gerade in Bezug zur Raumrichtung verdreht ist, beschreibt sie eine Bewegung mit mehr oder minder großer Geschwindigkeit durch den Raum. Die senkrechte Linie (0) beschreibt den Weg eines ruhenden Körpers durch die Zeit. Seine Lage – und damit seine Raumkoordinate – ändert sich nicht. Die waagerechte Linie (c) beschreibt die Bewegung des Lichtes. Das Licht durchfliegt in gegebener Zeit die maximale Raumstrecke, da nichts die Geschwindigkeit des Lichtes übertreffen kann. Das Licht „investiert“ sein gesamtes „Bewegungsvermögen“ durch die Raumzeit in Raumstrecke, nichts davon jedoch in die Zeit. Licht ist ein zeitloses Phänomen. Eine hypothetische, mit Lichtgeschwindigkeit fliegende Uhr stünde still.

Diesen Zeitbegriff, nämlich den Fluss der Zeit, den eine mit dem Beobachter mitbewegte Uhr anzeigt, nennt man „Eigenzeit“. Für den ruhenden Beobachter (senkrechte Linie in Abbildung 8 links) ist die in einer gegebenen Zeit erlebte Eigenzeit maximal. Beobachter mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchfliegen eine mehr oder weniger lange Strecke durch den Raum bzw. durch die Eigenzeit (Weltlinien a & b). Die Länge der Pfeile in Abbildung 8 ist dagegen für jeden dargestellten Fall in der Raumzeit immer gleich. Diesen Zeitbegriff der "Länge eines Weltlinienzugs in der Raumzeit" nennt man „Koordinatenzeit“. Dabei entspricht z.B. eine Zeitspanne von einer Sekunde einer Raumstrecke von einer Lichtsekunde. Ob man als Einheit für die Koordinatenzeit folglich Sekunde oder Lichtsekunde wählt, ist irrelevant, insofern man diese Angaben mit der Lichtgeschwindigkeit ineinander umrechnen kann.

Ob man die Fläche in Abbildung 8 nun zu einem Zylinder zusammenrollt oder nicht, ist für den Verlauf der darauf gezeichneten Linien bedeutungslos (siehe Abbildung 8 rechts). Die äußere Gestalt der Figur ist unwesentlich und für zweidimensionale Krabbelwesen unbeobachtbar. Es kommt auf die Verhältnisse in der Fläche an, wie diese Wesen sie z.B. durch Auslegen von Parallelen und Dreiecken vermessen können.

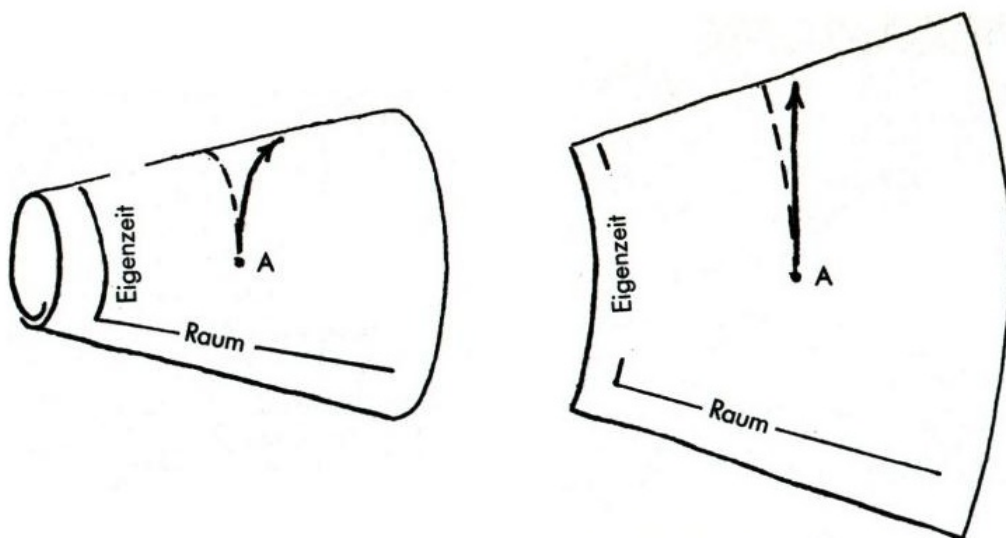


Abbildung 9: Eine kegelförmige Raumzeit (links) und ihre Ausbreitung in der Fläche (rechts). Die Eigenzeitkoordinate, die um den Kegel herumläuft, zeigt sich bei der Ausbreitung als gekrümmte Linie. Die Weltlinie eines ruhenden Körpers (z.B. eines Steins in der geschlossenen Hand), der an der Stelle A losgelassen wird, ist eine Gerade auf dem Kegelmantel, wie man auf dem abgerollten Kegel (rechts) sieht.

Abbildung 9 zeigt nun eine kegelförmige Raumzeit. Rollt man diese Gestalt in eine Fläche ab, so erhält man die Darstellung rechts in Abbildung 9. Diese Raumzeit ist zum Verständnis des freien Falls auf der Erdoberfläche geeignet. Wie liegt die Weltlinie eines frei fallenden Körpers, z.B. die eines Steins, der aus der ruhenden Hand fallen gelassen wird und in lotrechter Linie der Erde zufällt, in dieser Raumzeit? – Hierzu zeichnet man bei einer gegebenen Raumkoordinate eine Linie, die zu Beginn parallel zur Eigenzeitrichtung liegt (also den ruhenden Zustand beschreibt), in das Diagramm hinein und beobachtet den weiteren Verlauf dieser geraden Linie in Bezug zu den Eigenzeit- und Raumrichtungen an beliebigen Stellen der Weltlinie (siehe Abbildung 10).

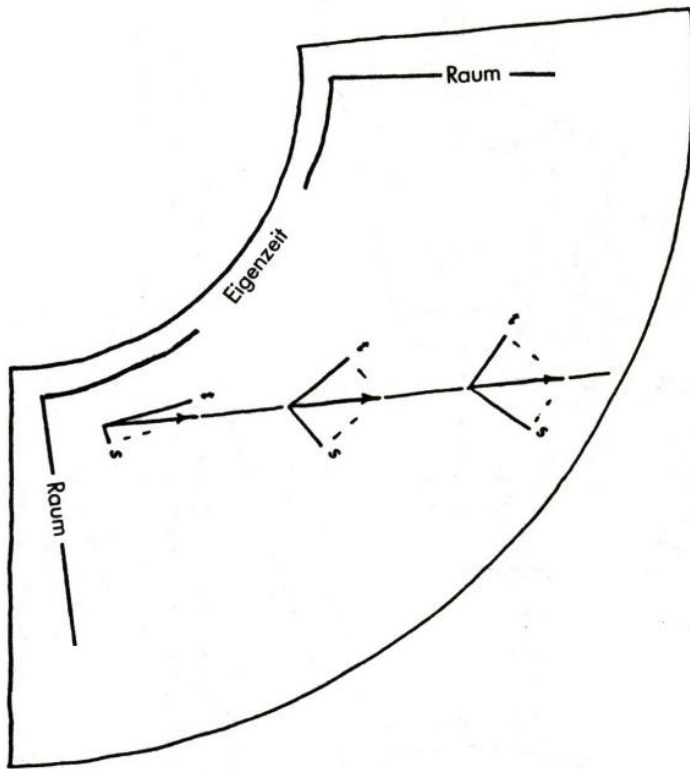


Abbildung 10: Der Verlauf der Weltlinie des losgelassenen Steins aus der Abbildung 9 in Bezug zu den jeweiligen Koordinatenrichtungen von Raum und Eigenzeit an verschiedenen Stellen. Man erkennt ein Hineindreihen der Weltlinie in die Raumrichtung. Der Stein wird folglich schneller und altert langsamer - er fällt! Die kegelförmige Raumzeit bzw. die Lage der Koordinatenlinien auf ihr bringt dieses Verhalten hervor. Die Weltlinie ist eine Ideallinie des Steins in dieser Raumzeit (Gerade).

Man stellt anhand der Abbildung 10 fest, dass die Weltlinie unmittelbar nach dem Startpunkt zunächst nur in Richtung der Eigenzeitkoordinate läuft, aber nicht in Richtung des Raumes. Der Stein altert folglich maximal, ohne sich im Raum zu bewegen. Dies ist der letzte Moment der Ruhe beim Loslassen des Steins. Danach verdreht sich die Weltlinie systematisch in Bezug zu den Zeit- und Raumkoordinatenlinien. Pro Einheit in Koordinatenzeit wächst der Anteil des Zugewinns an Raumkoordinate immer weiter, und zwar auf Kosten der Eigenzeit. Der Stein fällt folglich zunehmend schneller in eine Raumrichtung, die als „unten“ bezeichnet wird. Je weiter er nach unten gefallen ist – also in Richtung der die Raumkrümmung verursachenden Masse – desto langsamer altert er auch. Sein Bewegungsvermögen steckt dann mehr und mehr in der Veränderung der Raumkoordinate als im Alterungsprozess: Die Uhren gehen unten langsamer!

Dieser Vorgang des Hineindreihens der Weltlinie in die Richtung der Raumkoordinate hält solange an, bis die Raumzeitbewegung völlig entlang der Raumkoordinate erfolgt. Dann ist der Fall lichtschnell. Eine lichtschnell fallende Uhr (die es aber nicht geben kann, da eine Masse niemals mit Lichtgeschwindigkeit fliegen kann) stünde still, weil der Raumzeitweg dann nicht mehr in Richtung der Eigenzeitkoordinate führen würde.

Auf der Erde kommt es dazu nicht. Bevor ein Körper annähernd lichtschnell wäre, ist er längst auf der Erde aufgeprallt und das freie Schweben wird dadurch unterbunden. In der Nähe eines Schwarzen Loches sind die Verhältnisse dagegen anders. Dies soll in einem späteren Abschnitt erläutert werden.

Die kegelförmige Raumzeit ist die einfachstmögliche Gestalt zur Beschreibung des freien Falls. Gegenüber der Realität stellt sie eine grobe Annäherung dar. Besser wird der senkrechte Fall in der Nähe einer Masse durch die in Abbildung 11 dargestellte Raumzeit beschrieben, die in ihrer Form dem Schalltrichter einer Trompete ähnelt.

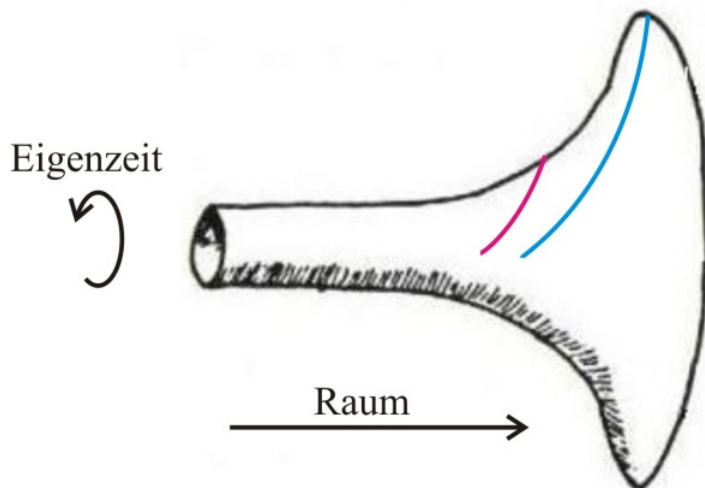


Abbildung 11: Realistischere Raumzeit für den Fall eines Körpers auf eine Masse zu, solange er oberhalb der Masse ist. Die Raumzeit ist negativ gekrümmt. Zwei parallel gestartete Linien entfernen sich zunehmend voneinander - die Raumzeit ist auseinanderziehend.

Zwei fallende Körper, die auf dieser trompetenähnlichen Oberfläche in Gestalt von Ideallinien zu verzeichnen sind, entfernen sich zunehmend, und zwar auch immer schneller werdend, je weiter sie vom Startpunkt entfernt sind (Abbildung 11). Zwei Beobachter auf solchen Weltlinien in einer zweidimensionalen Raumzeit sehen den jeweils anderen beschleunigt von sich fortfliegen. Wären beide durch eine Feder miteinander verbunden, die allerdings so schwach sein müsste, dass sie die Bewegung auf der geodätischen Ideallinie nicht zu sehr stören könnte, so würde diese Feder nach und nach immer weiter gespannt werden. Die durch die Feder verbundenen Beobachter würden folglich eine Kraftwirkung zwischen sich feststellen. Diese Kraft nennt man auch „Gezeitenkraft“. Der Begriff stammt aus der Beschreibung von Ebbe und Flut, die auf Wirkungen der im Bereich des Mondes frei fallenden ausgedehnten Erde zurückzuführen sind.

Die Gezeitenkräfte zwischen fallenden Körpern auf der Erde sind allerdings derart klein, dass sie nicht in der Lage sind, beispielsweise die Gestalt eines fallenden Steins zu verändern. Wie in einem späteren Abschnitt gezeigt werden soll, ist dies bei einem Schwarzen Loch anders.

Die Trompete beschreibt die negativ gekrümmte Raumzeit außerhalb der Erdkugel. Sie führt zu einem Auseinanderstreben lotrecht fallender Körper. Innerhalb der Erde ist die Raumzeit dagegen positiv gekrümmt und zusammenziehend. In diesem Bereich führt sie zwei fallende Körper systematisch wieder zueinander und ständig – nach Ablauf einer festen Zeit – zum selben Ort zurück. Denkt man sich z.B. einen Tunnel von einem Erdrand durch die Erdmitte zum gegenüberliegenden Erdrand gebohrt und lässt einen Stein in den Tunnel hineinfallen, so kommt man auch unter Verwendung der alten Newtonschen Auffassung einer Schwerkraft zwischen Massen zu dem Ergebnis, dass diese fallende Masse im Tunnel hin- und herpendelt. Nach Newton erklärt sich dies wie folgt: Der Stein fällt vom Erdrand in Richtung Erdmitte, weil er durch die Schwerkraft beschleunigt wird. Durch die Erdmitte – hier hebt sich die

Newtonsche Schwerkraft aller Teile der Erde, die die Mitte symmetrisch umlagern, auf – rast der Stein mit maximaler Geschwindigkeit hindurch, um anschließend gegen die Wirkung der Schwerkraft, die ihn in die Mitte zurückziehen will, wieder im zweiten Teil des Tunnels unter Verlust seiner Geschwindigkeit aufzusteigen, bis er den gegenüberliegenden Erdrand mit verschwindendem Tempo erreicht. Danach wiederholt sich der Vorgang immer wieder. Mit Hilfe einer kugelförmigen, also einer positiv gekrümmten Raumzeit, kommt man nun auch im Sinne der Einsteinschen Theorie ganz zwanglos zu diesem Bewegungsverhalten im Erdinneren als Folge der Lage von Ideallinien auf dieser gekrümmten Kugeloberfläche (sog. „Großkreise“).

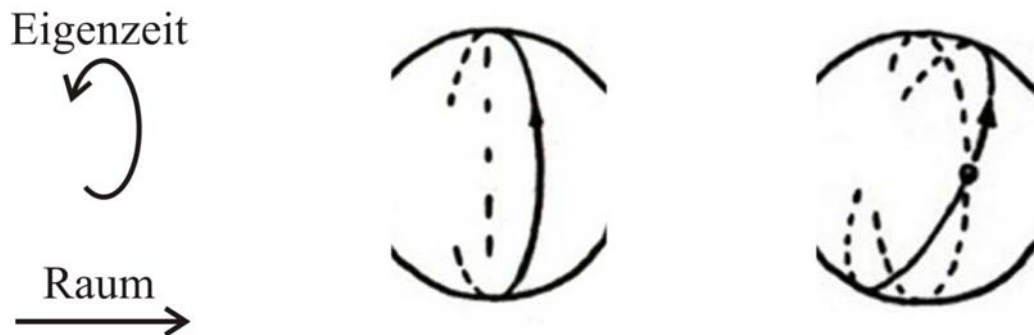


Abbildung 12: Kugelartige Raumzeit zur Beschreibung der Verhältnisse innerhalb der Erde bei einem in einem lotrechten Tunnel durch die Erdmitte erfolgenden Fall. Die Weltlinie im Teilbild links beschreibt einen in der Erdmitte ruhenden Stein. Sie verläuft in Richtung der Eigenzeitkoordinate. Im Teilbild rechts sieht man zusätzlich eine Weltlinie, die einen Stein beschreibt, der in der Erdmitte in Richtung des Tunnels angestoßen wird. Aus ihrem Verlauf um die Raumzeitkugel herum kann man eine Pendelbewegung des Steins erschließen.

Abbildung 12 zeigt für den Innenbereich der Erde eine solche Kugeloberfläche mit Andeutung des Verlaufs der Raumkoordinate und der Eigenzeitkoordinate (links). Die Weltlinie eines in der Tunnelmitte (Erdmitte) ruhenden Steins verläuft entlang des Äquators dieser Kugel (siehe Abbildung 12 mitte). Ein Stein, der in der Erdmitte etwas in Richtung des Tunnels angestoßen wird, so dass seine Bewegung ihn zu anderen Raumkoordinaten führt, läuft ebenfalls auf einem Großkreis um die Raumzeitkugel herum. Es wird anhand der Abbildung 12 (rechts) allerdings deutlich, dass der Stein an den Stellen der größten Raumkoordinaten (größte Abstände von der Erdmitte in beiden Richtungen) seine Fallrichtung wieder umkehrt und damit ständig im Tunnel hin und herpendelt. Die maximale Geschwindigkeit bei dieser Pendelbewegung tritt in der Erdmitte auf, da dort die Weltlinie ihre größte Verdrehung in Richtung der Raumkoordinate hat, während die Weltlinie des im Tunnel pendelnden Steins bei den Umkehrpunkten, bei denen der Stein im Raum ruht, ganz in Richtung der Zeitkoordinate verläuft, der Stein dort also am schnellsten altert.

Betrachtet man nun zwei fallende Beobachter in dieser positiv gekrümmten Raumzeit, beobachtet man ein ständiges Wiedertreffen in der Erdmitte (siehe Abbildung 13, wo sich die Weltlinien der beiden mit unterschiedlicher Auslenkung pendelnden Beobachter immer in der Erdmitte überschneiden). So etwas kann es nur in einer zusammenziehenden Raumzeit geben. In einer flachen Raumzeit gäbe es z.B. nach einer Begegnung kein weiteres Zusammentreffen, da sich Weltlinien in der ungekrümmten oder negativ gekrümmten Geometrie nur ein einziges Mal überschneiden können. Aus der Tatsache der Wiederkehr, die sich wieder als Folge einer nun zusammenführenden Gezeitenkraft deuten lässt, können die Beobachter demnach eindeutig darauf schließen, dass sie in einer positiv gekrümmten Raumzeit fallen.

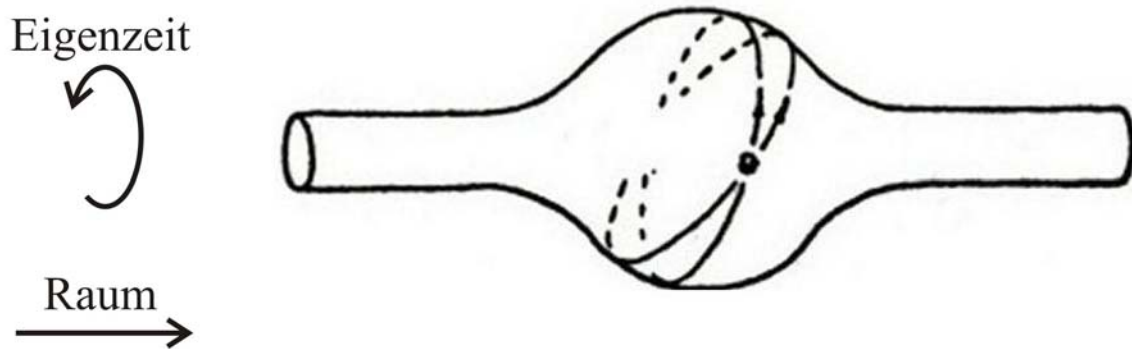


Abbildung 13: Zwei im Inneren der Erde entlang eines lotrechten Tunnels (mit unterschiedlicher Fallhöhe) fallende Beobachter begegnen sich immer wieder, denn ihre Weltlinien überschneiden sich ständig in dieser zusammenziehenden Raumzeit. Außerhalb der Erde schließt sich jeweils die negativ gekrümmte trompetenförmige Raumzeit des Außenbereichs an.

Die Abbildung 13 zeigt nicht nur die kugelförmige Raumzeit im Inneren der Erde, sondern auch die im Außenbereich sich anschließende negativ gekrümmte trompetenförmige Raumzeit. Beide Anteile sind auf Höhe des Erdrandes miteinander verbunden. Es kommt demnach auch in diesem Beispiel zu einem stetigen Übergang zwischen Zonen positiver und negativer Raumzeitkrümmung. Wie im Beispiel der beulenförmigen Raumzeit zuvor (Abbildung 7), erfolgt der Übergang genau auf Höhe des Randes der Massekugel, in unserem Beispiel also an der Erdoberfläche.

Weil die Massen ausgedehnt sind und diese Ausdehnung größer ist als ihr Gravitationsradius – der sog. Schwarzschild-Radius – kommt es zu dieser Kehrtwendung der negativen Krümmung im Außenbereich zu einer Zone positiver Krümmung im Innenbereich. Dies betrifft sowohl die Darstellung in zwei räumlichen Dimensionen als auch die zweidimensionale Raumzeit des lotrechten Falls mit Raum und Zeit (Abbildung 13). In beiden Fällen sorgt die ausgedehnte Masse für die Kehrtwendung der negativen Krümmung im Außenbereich zu einer positiven Krümmungszone und damit zu einer insgesamt zwar ausgebeulten, aber nicht „zerrissenen Raumzeit“.

Die Kompaktheit der Massekugel erweist sich als entscheidendes Merkmal dafür, ob die Raumzeit noch geschlossen bleibt, oder ob sie zerreißt. Die Kompaktheit ist definiert als Quotient aus dem sogenannten „Schwarzschild-Radius“ (benannt nach dem Physiker K. Schwarzschild, nicht etwa nach derlichtschluckenden Eigenschaft eines Schwarzen Lochs) und dem tatsächlichen Radius der Massekugel. Der Schwarzschild-Radius ist eine Größe, die sich allein aus der Masse eines Körpers und Naturkonstanten berechnet. Diese Größe, die auch als "Gravitationsradius" oder "Ereignishorizont" bezeichnet wird, ist wesentlich beim Verständnis des Schwarzen Loches. Der Schwarzschild-Radius einer Masse berechnet sich folgendermaßen:

$$\text{Schwarzschild-Radius } R_s = \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$$

Neben der Masse M eines Körpers gehen die Gravitationskonstante G und die Lichtgeschwindigkeit c ein. Der Schwarzschild-Radius der Sonne beträgt rd. 3 km , der der Erde ca. 9 mm . Wären Sonne oder Erde kleiner als ihr jeweiliger Schwarzschild-Radius, so wären sie Schwarze Löcher. Es gibt aber keinen Mechanismus, der bei diesen

Himmelskörpern die Kompression auf diese winzige Größe bewirken könnte. Ihre Eigengravitation ist zu gering.

Im folgenden letzten Abschnitt werden die bislang eingeführten Begriffe auf den Fall von Körpern im Bereich eines Schwarzen Lochs übertragen. Es soll verdeutlicht werden, was sich an der Raumzeit-Geometrie ändert und was frei fallende Beobachter dabei erleiden.

Die Geometrie der Raumzeit im Bereich eines Schwarzen Loches

Ist eine Masse kleiner als ihr Schwarzschild-Radius, stürzt sie zum Schwarzen Loch zusammen. Dabei kommt es letztlich zu einem Zerreißen der Raumzeit an der Stelle, an der sich die kollabierende Masse zusammenschnürt. Diese Stelle wird auch „Singularität“ genannt. Durch diesen Begriff wird ausgedrückt, dass sich die Masse in einem einzigen Punkt sammelt, sich folglich eine unendlich hohe Massendichte einstellt. Die ART sagt diesen Extremzustand der Materie voraus, jedoch kann man vermuten, dass in diesem Bereich noch unverstandener Physik bislang unbekanntes Naturgesetze zur Wirkung kommen, die ein Zerreißen der Raumzeit vielleicht doch noch abwenden können.

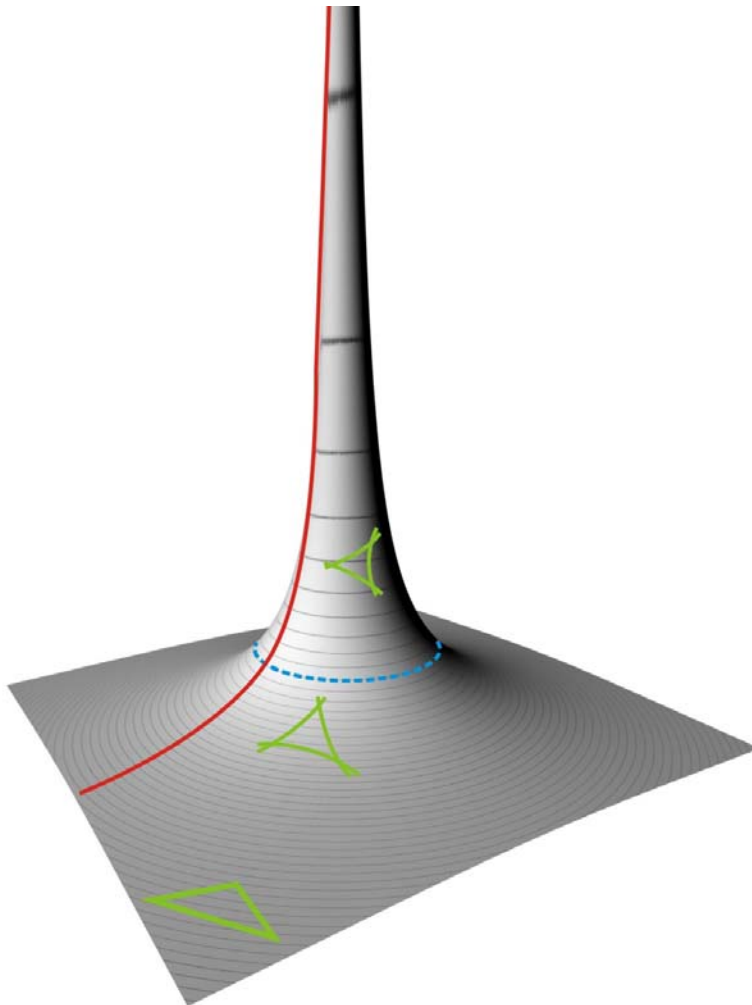


Abbildung 14: Geometrie einer räumlichen Querschnittsfläche durch ein Schwarzes Loch. Es gibt keine Beule positiver Krümmung mehr, wie in Abbildung 7, sondern nur noch eine durchgängig negativ gekrümmte Fläche. Die gestrichelte blaue Linie deutet noch die Grenze der negativ gekrümmten Zone vor dem Kollaps an (siehe Abb. 7). Nach dem Kollaps ist die Krümmung aber auch im vormaligen Bereich der ausgedehnten Massekugel negativ. Der Weg über die Singularität hinweg (rote Weltlinie) ist unendlich lang.

Wichtiger für das Verständnis des Schwarzen Lochs als die Frage nach der Natur der Singularität ist die Eigenschaft der Raumzeit im Bereich des Ereignishorizontes. Frei fallende Beobachter, die in die Nähe des Ereignishorizontes gelangen (der sehr weit von der Singularität entfernt liegen kann) bewegen sich weiter auf Ideallinien in der Raumzeit. Diese ist jedoch durchgängig negativ gekrümmt, da keine ausgedehnte Massekugel mehr vorhanden ist, die für die Wendung der Krümmung ins Positive sorgt.

Die in Abbildung 14 dargestellte rein räumliche zweidimensionale Raumzeit beschreibt dies. Sie gleicht der Raumzeit in Abbildung 7 im Außenbereich der Massekugel bis zu ihrem Rand. Außerhalb dieser Zone ändert sich demnach nichts an der Raumzeit, wenn ein Stern zum Schwarzen Loch zusammenstürzt. Planeten ziehen unbeeinflusst weiter auf ihrer Bahn, auch wenn ihr Zentralstern ein Schwarzes Loch geworden ist! Hinsichtlich ihrer Bewegung gibt es gar keinen Unterschied zum vorherigen Normalzustand des Sterns und sie werden auch nicht hineingesaugt in das neu entstandene Schwarze Loch.

Die Abbildung 14 veranschaulicht nun auch, was mit dem zuvor genannten „Zerreißen der Raumzeit“ gemeint ist. Ein lotrecht ins Schwarze Loch fallender Körper kommt nicht mehr auf der anderen Seite heraus, weil der Weg entlang dieser Oberfläche bis ins Unendliche gesteigert ist (rote Linie).

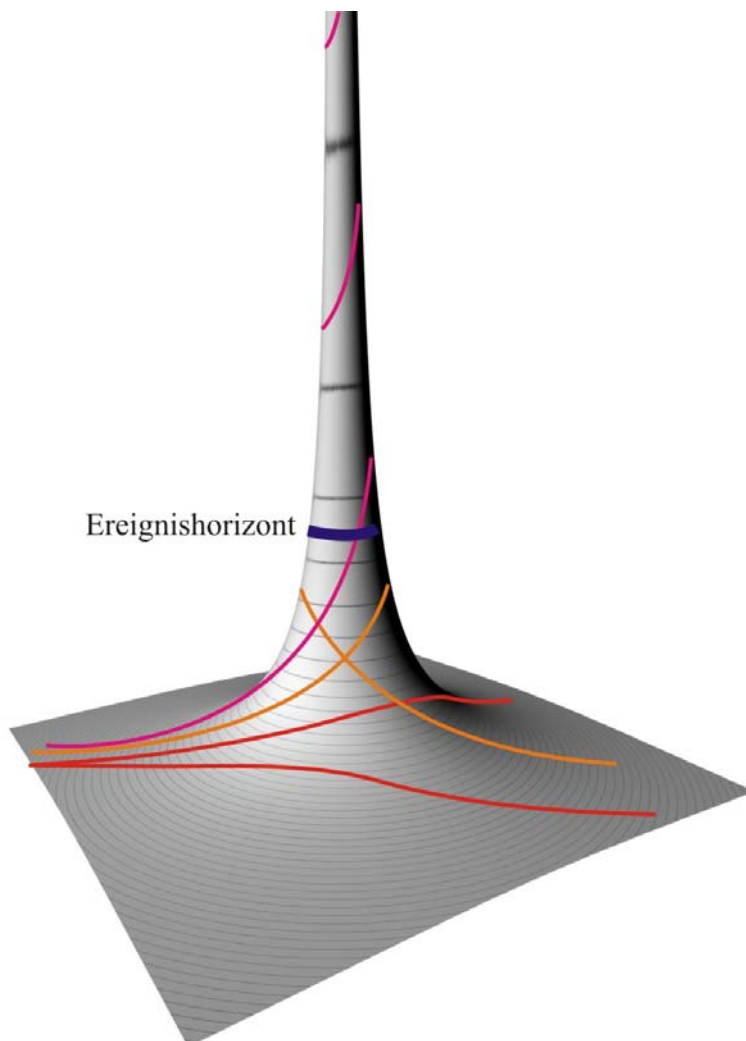


Abbildung 15: Weltlinienverläufe in der Nähe eines Schwarzen Lochs. Einige Weltlinien bleiben im Bereich der Singularität gefangen und laufen wendelförmig auf sie zu. Der Schwarzschild-Radius kann als jene Grenze verstanden werden, hinter der alle hineinführenden Weltlinien, egal wie sie gerichtet sind, gefangen bleiben ("Ereignishorizont"). Außerhalb der Schwarzschild-Zone gibt es zumindest noch für bestimmte Weltlinien, je nachdem wie sie gerichtet sind, eine Möglichkeit, der Falle zu entkommen, unter Umständen erst nach einem vollständigen Umlauf um die gefährliche Zone (orange Linie).

Innerhalb des Bereichs der vor dem Kollaps noch ausgedehnten Massekugel jedoch, also bei Abständen zum Massezentrum, die kleiner sind als die Ausdehnung des Vorläufersterns, wirkt sich die durchgängig negative Krümmung nun fatal auf bestimmte Weltlinienverläufe aus. Denn nicht nur eine direkt in die Singularität führende Weltlinie bleibt gefangen, sondern auch solche, die am eigentlichen Massezentrum vorbeiziehen, können für immer in das Raumzeitgefängnis hineinführen, wenn sie im Bereich der negativen Krümmung eingefangen wird und sich fortwährend um den Raumzeittrichter winden (siehe Abbildung 15). Der Ereignishorizont kann nun als jener Rand am Raumzeittrichter verstanden werden, der die für immer im Zentrum verschwindenden Weltlinien von jenen trennt, für die es noch einen Weg hinaus aus der Raumzeitfalle gibt.

Ein in ein Schwarzes Loch hineinfallender Astronaut bemerkt unter Umständen gar nichts, wenn er den Schwarzschild-Radius überschreitet. Der freie Fall geht weiter wie zuvor. Dass er sich in einer Zone starker negativer Raumzeitkrümmung befindet, kann er nur anhand der auftretenden Gezeitenkräfte z.B. zwischen seinem Kopf- und Fußende feststellen, wenn er mit den Füßen voran auf das Schwarze Loch zufällt (siehe z.B. in Abbildung 15 das Auseinanderstreben der orangenen und violetten Weltlinien im ansteigenden Bereich der negativ gekrümmten Fläche).

Wegen dieser immer stärker werdenden Gezeitenkräfte werden Kopf- und Fußende des Astronauten auseinandergezogen. Letztendlich wird er dabei zerrissen, da die Gezeitenkräfte im Bereich einer Singularität unendlich groß werden. Dies besiegelt sein trauriges Schicksal. Es zeigt sich als Folge der ART, dass bei besonders schweren Schwarzen Löchern die Gezeitenkräfte im Bereich des gefährlichen Schwarzschild-Radius, der die Zone ohne Wiederkehr von der Zone mit möglicher Rückkehr trennt – dem Ereignishorizont –, gar nicht groß sind. Folglich hat der Astronaut keine Möglichkeit, festzustellen, ob er schon jenseits des Ereignishorizonts und damit verloren ist oder nicht. Bei kleineren Schwarzen Löchern werden die Gezeitenkräfte dagegen schon vor Erreichen des Ereignishorizonts groß und melden dem Astronauten die drohende Gefahr. Das unweigerliche Auseinanderreißen durch die unendlich große Gezeitenkraft im Schwarzen Loch wird nach dem Physiker Stephen Hawking auch als „Spaghettisierung“ bezeichnet (siehe Abbildung 16).



Abbildung 16: Zu erkennen ist ein Astronaut, der auf ein Schwarzes Loch zudriftet. Er wird von der Gezeitenkraft bei der Annäherung an die Singularität auseinandergerissen. Bildquelle: Stephen Hawking: „Die Illustrierte Kurze Geschichte der Zeit“, Rowohlt Verlag GmbH, März 1997, Hamburg

Nun kann man mit Recht einwenden, dass die in Abbildung 15 skizzierte Raumzeit nur den Raumanteil in Gestalt einer Schnittfläche durch ein Schwarzes Loch beschreibt, aber keine Aussage über die zeitliche Dynamik des Falls in das Schwarze Loch bietet. Womöglich erweist sich ja das Schwarze Loch bei der Hinzunahme der Zeit in die Betrachtung noch als praktisch ungefährlich, indem vielleicht bis zum Eintreten der Spaghettisierung dermaßen viel Zeit vergeht, dass der Astronaut noch für den Rest seines Lebens im Schwarzen Loch jenseits des Ereignishorizonts überdauern könnte – einsam zwar und ohne Kontakt zur Außenwelt, aber immerhin doch dem Schicksal der Spaghettisierung entkommend. Diese Hoffnung erweist sich als verfrüht, wie die nun abschließende Betrachtung einer zweidimensionalen Raumzeit mit Zeitkoordinate zeigen wird.

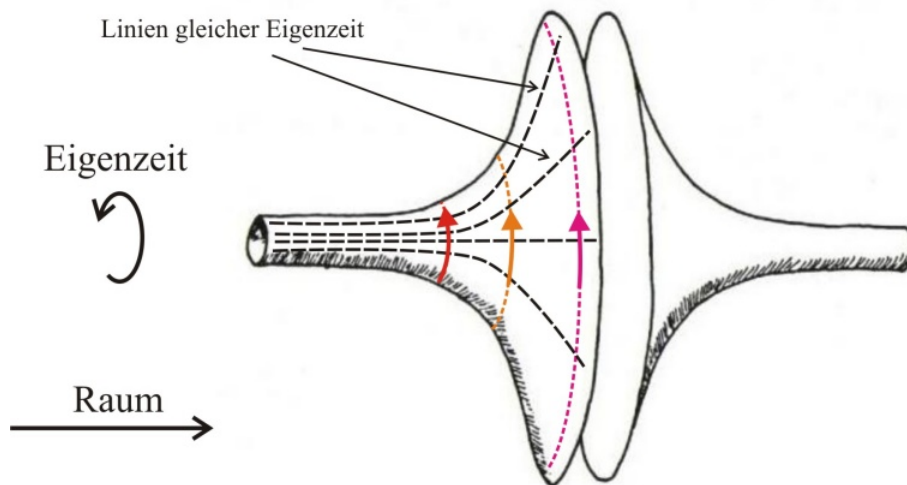


Abbildung 17: Die der Abbildung 13 entsprechende Raumzeit nach dem Kollaps der Massekugel. Auch hier gibt es keine Zone positiver Krümmung mehr und die Raumzeit zerreißt im Bereich der Singularität. Dargestellt sind drei Kreise für den Verlauf der Eigenzeitkoordinate bei bestimmten Raumpositionen (keine Weltlinien, denn das müßten Ideallinien auf dieser Fläche sein!). Die Pfeile deuten eine jeweils gleiche Strecke in Koordinatenzeit an. Im Bereich rechts, wo die Durchmesser der Umkreise stark anwachsen, vergeht bei gegebener Koordinatenzeit weniger Eigenzeit als im Bereich der ungekrümmten zylinderförmigen Raumzeit. In der Nähe von Massen gehen Uhren langsamer!

Abbildung 17 stellt die zweidimensionale Raumzeit aus einer Raumdimension (lotrecht auf das Schwarze Loch zu) und einer Zeitdimension dar. Wie im Fall der Abbildung 13, die die entsprechende Raumzeit im Bereich der Erde zeigt, wird die Eigenzeitkoordinate wiederum entlang von Umkreisen um die Figur gezählt, deren Ebenen senkrecht auf der Raumkoordinate stehen. In Abbildung 17 sind drei solcher Umkreise gezeichnet. Im Bereich der flachen Raumzeit ist der Umfang kleiner als in der Zone starker Krümmung. Dies verdeutlicht die Verlangsamung der Zeit in der Nähe einer Masse, da man bei gleichen Bogenstücken auf einem solchen Kreis (gleiche Koordinatenzeit) links bei wenig oder gar nicht gekrümmter Raumzeit zu größeren Eigenzeitkoordinaten gelangt als rechts im Bereich der großen Umkreise. Folglich gelangt man in der Zone negativer Krümmung mit einer gegebenen Strecke in Koordinatenzeit nicht besonders weit in der Eigenzeit. Die Zeit verlangsamt sich. Sie steht im Grenzfall des unendlichen Umkreises still, denn wenn der Umfang der trompetenförmigen Raumzeit ins Unendliche wächst, geht der Anteil der dargestellten Pfeillänge in der Eigenzeit gegen Null.

Auch hier tritt folglich eine Unendlichkeitsstelle bzw. Singularität auf, die im Falle einer ausgedehnten Massekugel, die größer als ihr Schwarzschild-Radius ist, umgebogen und vermieden wird (siehe nochmals Abbildung 13 zum Vergleich).

Betrachtet man nun den Fall zweier Massepunkte (oder auch Kopf- und Fußende des Astronauten) in dieser Fläche negativer Krümmung, bewegen sich beide Punkte zunächst mit einer gleichen Geschwindigkeit (Geschwindigkeit des Raumschiffs) auf die Zone negativer Krümmung zu (Abbildung 18). Dies zeigt sich in einem gleichen Voranrücken beider Weltlinien in der Raumkoordinate bei Beginn des Vorgangs. Im Bereich der negativen, d.h. auseinandertreibenden Krümmung wird der räumliche Abstand der beiden Punkte im weiteren Verlauf der Weltlinien aber systematisch größer, denn die Weltlinie des der Masse zugewandten Punktes (Fußende) dreht sich schneller in die Richtung der Raumkoordinate hinein, als die Weltlinie des nachfolgenden Punktes (Kopfende des Astronauten).

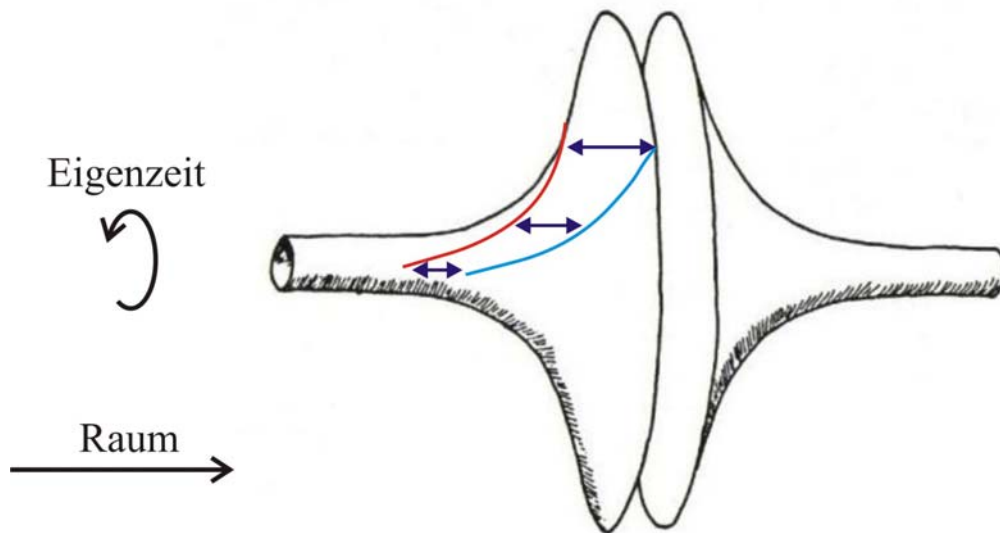


Abbildung 18: Weltlinien mit zunächst gleicher Komponente in Raumrichtung (gleicher Geschwindigkeit zu Beginn) im Bereich der negativ gekrümmten Raumzeit. Sie beschreiben zwei lotrecht auf das Massezentrum zufallende Punkte, die wegen der auseinandertreibenden Eigenschaft der negativen Krümmung immer weiter voneinander entfernt werden, was als zerreißende Gezeitenkraft wahrgenommen wird, wenn die beiden Punkte miteinander verbunden sind (ähnelt der Abbildung 11, soll aber nun einen ungleich stärkeren Effekt verdeutlichen).

Auch bei dieser Darstellung zeigt sich wieder der Vorgang der Spaghettisierung, wie im Falle der rein räumlichen Diskussion, jedoch nun auch hinsichtlich seiner zeitlichen Dynamik. Die Eigenzeit der beiden Punkte wächst unterschiedlich schnell an, wobei das Fußende langsamer altert als das Kopfende (die Weltlinien legen einen immer kleineren Anteil in Richtung der Eigenzeitkoordinate zurück, je weiter sie in den Bereich des Trompetentrichters gelangt sind). Die Dauer des Vorgangs entspricht nun nicht der Länge der Weltlinie insgesamt – diese entspricht der Koordinatenzeit und sie wächst wegen der unendlichen Ausdehnung der gekrümmten Fläche letztlich bis ins Unendliche –, sondern nur dem Zuwachs in der Eigenzeitkoordinate. In der Abbildung 18 ist ersichtlich, dass die Weltlinie schon bei weniger als einer Viertel Windung um den Trichter der Trompete herum in die Unendlichkeit der Trichterfläche fortläuft, ohne dabei noch weiter in der Eigenzeitkoordinate zuzulegen. Der Fall erfolgt dann allein in Richtung der Raumkoordinate und ist letztendlich lichtschnell. Fazit: Die Singularität wird in einer endlichen Eigenzeit erreicht, wobei sich die Fallgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit annähert. Der genaue Zeitpunkt, wann der Astronaut zerrissen wird, hängt allerdings von der Masse des Schwarzen Loches ab und damit vom Schwarzschild-Radius. Nimmt man an, der Fall erfolge jenseits des Schwarzschild-Radius ungefähr lichtschnell, so dauert der Sturz in die Singularität bei einem stellaren

Schwarzen Loch etwa eine Millisekunde und bei einem galaktischen Schwarzen Loch etwa eine Minute.

Das Schwarze Loch erweist sich als Grenzfall der Allgemeinen Relativitätstheorie, in dem die Raumzeitkrümmung zu einem Zerreißen der Raumzeit und zu Unendlichkeitsproblemen führt, die es im Normalfall in einer nur leicht gekrümmten Raumzeit in der Nähe eines Sterns oder Planeten nicht gibt.

Die hier vorgestellte Methode der argumentativen Erklärung der Allgemeinen Relativitätstheorie – durch die Untersuchung der Lage von Ideallinien auf gekrümmten Flächen, deren zwei Dimensionen entweder zwei Raum- oder eine Raum- und eine Zeitkoordinate darstellen – erweist sich als geeignet, die wesentlichen Erscheinungen in Raum und Zeit und hinsichtlich ihrer Krümmung und den dabei auftretenden Gezeitenkräften zu veranschaulichen. Sie vermittelt darüber hinaus die Basisidee der Allgemeinen Relativitätstheorie, auch wenn damit keine vollständige Behandlung dieser Theorie möglich ist, und sie vermeidet den Begriff der Newtonschen Schwerkraft völlig, für die in der Einsteinschen Ideenwelt kein Platz mehr bleibt.

Einstein hat mit der Allgemeinen Relativitätstheorie eine rein geometrische Beschreibung der Gravitation geschaffen, in der es keine fernwirkende Kraft gibt, sondern nur Bewegungen frei fallender Massen in einer am Ort dieser Masse gekrümmten Raumzeit.

4) Referenzen und weiterführende Literatur

Diese Arbeit stützt sich auf Ideen und Vorlagen aus den Büchern von L.C. Epstein, "Relativitätstheorie anschaulich dargestellt" (Birkhäuser Verlag) und J.-P. Petit, "Die Abenteuer des Anselm Wüßteger – Das Schwarze Loch" (Physik-Verlag). Diese Bücher bieten eine zeichnerische Behandlung der Relativitätstheorie, die noch wesentlich über die hier behandelten Aspekte des Schwarzen Loches hinausgeht. Einige Abbildungen in dieser Arbeit entstammen dem Buch von Epstein bzw. wurden von Darstellungen in den beiden Büchern inspiriert.

Die im Epstein verwendete Methode einer gekrümmten Raumzeit aus Eigenzeit- und Raumkoordinate geht zurück auf Arbeiten von R. W. Brehme: "Curved Space and Gravitation I & II"; American Journal of Physics, 33, 383 & 713 (1965). Dort wird sie hinsichtlich ihrer Gültigkeit und Verwendbarkeit bei der Veranschaulichung der ART formal begründet.

Eine weitgehende Erklärung der Allgemeinen Relativitätstheorie ohne Formeln bietet J.A. Wheeler in "Gravitation und Raumzeit - Die vierdimensionale Ereigniswelt der Relativitätstheorie" (Spektrum Verlag), ein Werk, welches dem an der Theorie der Gravitation interessierten Leser als weiterführende Literatur unbedingt zu empfehlen ist.