

Ein neuer Mond am Himmel ?

Zur Helligkeit und Sichtbarkeit künstlicher Himmelsobjekte

von Burkard Steinrück, Universität Dortmund

Kürzlich erschien in der Boulevardpresse ein empörter Artikel über die zu erwartenden Auswirkungen eines künstlichen „Spiegelmondes“, der zu Versuchszwecken in die Erdumlaufbahn gebracht werden soll:

„Neuer Mond am Himmel - Russen schießen ihn am 9. November hoch - Es ist ein Riesenspiegel - er leuchtet 100x mal heller...“. Im Text heißt es weiter:

„Ein neuer, zweiter Mond geht auf. Viel kleiner als unser alter Kumpel. Doch er wird hundertmal heller gleißen. Der zweite Mond ist ein riesiger Spiegel. ... Er wird das Sonnenlicht über eine breite Schneise auf die Erde werfen, alles taghell erleuchten. ... Der erste künstliche Mond wird wieder in der Atmosphäre verglühen. Danach werden dutzende solcher

grundlegende Fragen zur Helligkeit himmlischer Objekte zu klären. Die Zusammenhänge zwischen den radiometrischen Größen (z.B. Bestrahlungsstärke, gemessen in W/m^2), den photometrischen Größen (z.B. Beleuchtungsstärke, gemessen in Lux) und der astronomischen Größenklassenskala werden verdeutlicht. Abschließend wird die Sichtbarkeitsdauer niedrig fliegender Satelliten diskutiert.

Die Bestrahlungsstärken natürlicher und künstlicher Himmelsobjekte

Die Sonne strahlt mit einer Gesamtleistung von $L = 3,845 \cdot 10^{26} W$ Strahlungsenergie in den Weltraum (alle Daten über Sonne, Mond und Erde aus [1]). Die Bestrahlungsstärke an der Position der Erde ergibt sich mit Hilfe der astronomischen Einheit ($1AE = 1,496 \cdot 10^{11} m$) zu $S = L / 4\pi \cdot 1AE^2 \approx 1367 W / m^2$ (Solarkonstante). Da sich der Abstand des „alten Kumpels“ Mond und der des „Spiegelmondes“ nicht wesentlich von der astronomischen Einheit unterscheiden, können wir auch für die Bestrahlung dieser Körper die Solarkonstante veranschlagen. Zunächst eine einfache Abschätzung der Bestrahlungsstärke der Erde durch den Vollmond. Die Mondscheibe hat eine Fläche von $A_M = \pi \cdot R_M^2 \approx 10^{13} m^2$ ($R_M = 1,738 \cdot 10^6 m$). Mit dieser Fläche steht der Mond im Strahlungsstrom der Sonne und empfängt dabei eine Strahlungsleistung von $P_M = S \cdot A_M \approx 1,3 \cdot 10^{16} W$. Der Mond besteht zum Großteil aus grauschwarzem Gestein, das die Sonnenstrahlung stark absorbiert. Das Rückstrahlvermögen des Mondes (die Albedo a) beträgt nur ca. 5%. Wir wollen die genaue Winkelcharakteristik der Ein- und Abstrahlung nicht thematisieren und nehmen an, daß der Mond gleichmäßig mit seiner erleuchteten Seite in den Halbraum abstrahlt. Dies ist eine grobe Idealisierung, wie man unschwer erkennt, wenn man die Bestrahlungsstärke durch Vollmond und Halbmond miteinander vergleicht. Der Vollmond ist nicht zweimal, sondern etwa zwölfmal heller als der Halbmond!

Die Oberfläche der halben Kugelschale mit einem Radius von 384000 km (Abstand Erde-Mond) beträgt $O = 2\pi \cdot (384000 km)^2 \approx 10^{18} m^2$. Die „Vollmondkonstante“ S_M (in Anlehnung an die Solarkonstante S) berechnet sich dann zu $S_M = P_M \cdot a / O \approx 7 \cdot 10^{-4} W / m^2$, was einer Beleuchtungsstärke von 0,06 lx entspricht (zur Beleuchtungsstärke später mehr). Unser Ergebnis

ist gegenüber dem tatsächlichen Wert von 0,241 lx eine halbe Größenordnung zu klein, was leicht durch die Abstrahlcharakteristik der beleuchteten Mondkugel erklärt werden kann. Der Großteil der eingestrahlten Energie wird in Richtung der Sonne zurückgeworfen; daher die große Helligkeit der Vollmondphase. Zur Vertiefung dieser Überlegung: in [2] wird eine Formel und ein Experiment zur Ermittlung der Mondhelligkeit in Abhängigkeit vom Phasenwinkel diskutiert.

Ein „Spiegelmond“ unterscheidet sich in wesentlichen Punkten vom „alten Kumpel“ Mond. Seine Fläche A_S ist geringer, ebenso sein Abstand zur Erde und damit auch die Geschwindigkeit der Bahnbewegung (siehe letzter Abschnitt). Außerdem strahlt ein Spiegel das Sonnenlicht nicht in den gesamten Halbraum ab, sondern es kann gebündelt und gezielt abgelenkt werden. Aber auch ein Spiegel kann einfallendes Sonnenlicht nicht auf einen beliebig kleinen Fleck fokussieren, da das Sonnenlicht nicht völlig parallel auf ihn trifft. Von der Position der Erde erscheint die Sonne unter einem Sehwinkel ε von $\frac{1}{2}$ Grad. Bei einem Spiegel mit Durchmesser d , der aus mehreren ebenen Elementen modular zusammengesetzt ist wird dieser Sehwinkel als Abstrahlwinkel wieder auftreten und einen Lichtkegel mit mindestens $\frac{1}{2}$ Grad Öffnung zur Erde lenken (siehe Zeichnung 1). Der Spiegel befindet sich in der Höhe h und erzeugt somit auf der Erde einen Lichtfleck mit einem etwaigen Durchmesser von $D = \varepsilon \cdot h$ (ε in Radiant). Bei 200 km Höhe ergibt sich ein Durchmesser von $D \approx 1,7$ km, bei 2000 km Höhe das zehnfache. Die vom Spiegel aufgesammelte Strahlungsleistung P_S wird auf die Fläche $\pi \cdot (D/2)^2$ verteilt. Diese Leistung berechnet sich zu $P_S = S \cdot A_S = S \cdot \pi \cdot (d/2)^2$. Die Bestrahlungsstärke S_S des durch den Spiegelmond beleuchteten Flecks ergibt sich schließlich zu:

$$S_S = \frac{P_S \cdot \rho}{\pi \cdot (D/2)^2} = S \cdot \frac{\rho}{\varepsilon^2} \cdot \left(\frac{d}{h}\right)^2 \quad \text{Einheit: } W/m^2$$

Dabei ist ρ die Reflektivität des Spiegels - die der Albedo des Mondes entsprechende Größe. Die Reflektivität eines Spiegels liegt in der Größenordnung von 1 und in Ermangelung eines exakten Wertes sei dem Spiegelmond hier das ideale Reflexionsvermögen zugebilligt.

Nun sind viele Szenarien möglich, bei denen die beiden Parameter Spiegeldurchmesser d und Höhe h über dem Erdboden variiert werden. In Anlehnung an den Pressebericht und reale Verhältnisse nehmen wir für den Spiegeldurchmesser die Werte 20 m und 200 m, für die Flughöhe 200 km (sinnvolle Mindesthöhe) und 2000 km an. Durch Kombination dieser Werte erhält man vier Varianten, deren Ergebnisse sich nur um Zehnerpotenzen unterscheiden.

Variante	Bestrahlungsstärke in W/m^2	Beleuchtungsstärke in lx	scheinbare Helligkeit in Magnitudo m_{vis}
1 (d=200 m, h= 200 km)	18	ca. 1500	-22
2 (d= 20 m, h= 200 km)	0,18	ca. 15	-17
3 (d=200 m, h=2000 km)	0,18	ca. 15	-17
4 (d= 20 m, h=2000 km)	0,0018	ca. 0,15	-12
Zum Vergleich: typischer Satellit in h = 500 km	$2 \cdot 10^{-9}$	ca. $2 \cdot 10^{-7}$	2,5

Tabelle 1: Helligkeiten von „Spiegelmonden“ und Satelliten

Die Abschätzung zeigt, daß ein riesiger Spiegelmond in der für Satelliten sinnvollen Mindesthöhe von 200 km eine maximale Bestrahlungsstärke von ca. 18 W/m^2 erreichen kann. Dies allerdings nur für sehr kurze Zeit, wenn der Spiegel im Zenit steht und folglich sein Abstand zum Beobachter und die atmosphärische Extinktion minimal sind. In den Szenarien 2 und 3 wird nur ein hundertstel, im Szenario 4 nur noch ein zehntausendstel des Maximalwertes erreicht. In der Tabelle sind die Ergebnisse auch schon in Lux (lx) und Magnitudo (m) eingetragen. Der für ein erstes Experiment mit Spiegelsatelliten realistische Fall 2 führt zu einer maximalen Ausleuchtung von ca. 15 lx.

Das obige Rechenschema kann auch auf gewöhnliche Satelliten angewendet werden, wenn man berücksichtigt, daß nur ein kleiner Anteil der schlechter als ein Spiegel reflektierenden

Satellitenfläche Licht zur Erde wirft und die Reflexion des Sonnenlichtes in einen größeren Raumwinkel erfolgt. In diesem Fall liegt die Reflektivität in der Größenordnung von $\rho \approx 1 - 5 \cdot 10^{-1}$, die reflektierende Fläche A bei etwa $1 - 10 \text{ m}^2$ und der Raumwinkel $d\Omega$ bei π (der gesamte Raumwinkel beträgt $4\pi \text{ sr}$). Die Parameter A , ρ und $d\Omega$ hängen natürlich sehr stark von den individuellen Eigenschaften eines Satelliten ab. Ein typischer Helligkeitswert S_{Sat} für einen Satelliten in der Flughöhe $h = 500 \text{ km}$ kann aber unter Zugrundelegung dieser Größenordnungen leicht ermittelt werden:

$$S_{\text{Sat}} = \frac{S \cdot \rho \cdot A}{d\Omega \cdot h^2} \approx \frac{1367 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-1} \cdot 10 \text{ m}^2}{\pi \cdot (5 \cdot 10^5 \text{ m})^2} \approx 2 \cdot 10^{-9} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ lx}$$

Diese Beleuchtungs- bzw. Bestrahlungsstärke entspricht im astronomischen Helligkeitssystem etwa einem Stern zweiter bis dritter Größenklasse.

Bevor im nächsten Abschnitt einfache Umrechnungsformeln für die verschiedenen Helligkeitsangaben vorgestellt und die Beleuchtungsstärke der Spiegelmonde mit denen natürlicher oder künstlicher Lichtquellen verglichen werden, seien noch die Winkeldurchmesser angegeben, unter denen die Spiegelmonde der vier Szenarien von der Erde beobachtet werden könnten.

Der große Spiegel in geringer Höhe erreicht einen Winkeldurchmesser von $d/h = 10^{-3} \text{ rad} \approx 3$ Bogenminuten, der kleine Spiegel in geringer Höhe bzw. der große Spiegel in großer Höhe 20 Bogensekunden und der kleine Spiegel in großer Höhe 2 Bogensekunden. Im ersten Fall hat der Spiegelmond eine Größe, die der des *Mare Crisium* auf dem Mond nahekommt, in den anderen Fällen kann er mit bloßem Auge höchstens als Punkt wahrgenommen werden, da seine Winkelgröße das Auflösungsvermögen des Auges (ca. 1 - 2 Bogenminuten) unterschreitet.

Umrechnung in Beleuchtungsstärke (Lux) und Helligkeit (Magnitudo)

Durch die Erdatmosphäre wird ein Teil der Sonnenstrahlung absorbiert und reflektiert, so daß am Erdboden je nach Wetterlage deutlich weniger als 1367 W/m^2 auftreffen. In der Dämmerungszeit kommt nur noch indirekt Sonnenlicht über die angestrahlte und lichtstreuende Atmosphäre zu einem Beobachter, unter dessen Horizont die Sonne bereits herabgesunken ist. Dieser tages- und jahreszeitlich stark variable Einfall von Strahlungsenergie bewirkt unterschiedliche Tages-, Dämmerungs- und Nachthelligkeiten. Was aber ist Helligkeit?

Wir nehmen den Strahlungsstrom mit unserem Auge wahr, das aufgrund seiner Beschaffenheit jeder Strahlungsportion in Abhängigkeit von seiner Wellenlänge einen unterschiedlichen Helligkeitswert zuordnet. Beim Tagsehen (photopisches Sehen; dominiert durch die farbempfindlichen Photorezeptoren der Netzhaut, den *Zapfen*) liegt das Maximum der Hellempfindlichkeitskurve bei 555 nm , beim Nachtsehen (skotopisches Sehen; möglich durch die besonders lichtempfindlichen *Stäbchen*) verlagert sich das Maximum dieser Kurve zu 513 nm [3], [4]. Sonnenlicht ist aber ein Gemisch aus allen möglichen Wellenlängen. Die spektrale Verteilung der Sonnenlichtes wird gut durch das Spektrum eines Schwarzkörperstrahlers der Temperatur 5500 Grad wiedergegeben. Die Helligkeitsempfindung setzt sich folglich aus allen Beiträgen der unterschiedlichen Wellenlängen zusammen, gewichtet mit dem durch die Eigenschaften des menschlichen Auges gegebenen wellenlängenabhängigen Hellempfindlichkeitsgrad. Würde die Sonne ausschließlich Licht mit einer Wellenlänge von 555 nm ausstrahlen, so wäre die Helligkeitsausbeute 100% , und - per definitionem - entspricht eine Bestrahlungsstärke von 1 W/m^2 einer Beleuchtungsstärke von 683 lx . Die radiometrische Größe der Bestrahlungsstärke wird folglich in eine sinnesphysiologisch begründete Größe, die sich an der Schleistung eines durchschnittlichen menschlichen Auges orientiert - die Beleuchtungsstärke -, überführt. Die Sonne strahlt aber im ganzen sichtbaren Wellenlängenbereich und deshalb entsprechen 1 W/m^2 Sonnenlicht nicht 100% des durch eine solche Bestrahlung maximal möglichen Sinnesindrucks (683 lx), sondern nur etwa $12 - 13\%$. Die Rechnung wird von E. Hörber in [4] beschrieben. Bei allen Lichtquellen, die dem Schwarzkörperspektrum der Sonne ähneln, beträgt der Nutzfaktor, der die physiologisch in Helligkeit umgesetzte Bestrahlungsstärke angibt, nur diese rund 12% . Beim Übergang vom Hell- zum Dunkelschen

und der damit einhergehenden Verlagerung des Maximums der Hellempfindlichkeitskurve verändert sich auch der Nutzfaktor. Im folgenden werden wir den Nutzfaktor von 12% für alle Betrachtungen (im skotopischen wie im photopischen Fall) veranschlagen, um das Problem nicht weiter zu komplizieren. Planeten, Sterne und Satelliten werden skotopisch - mit den Stäbchen - wahrgenommen. Im Vollmondlicht ist das Sehen gerade noch photopisch [3]. Sterne, Glühbirnen und Straßenlaternen haben eine etwas andere Strahlungstemperatur als die Sonne. Das Ergebnis wird aber nicht sehr falsch, wenn wir den gleichen Nutzfaktor anwenden; die Größenordnungen stimmen auf jeden Fall überein.

Mit Hilfe der vorstehenden Überlegungen können wir jetzt eine angenäherte Umrechnungsformel angeben, die für alle Fälle vernünftige Resultate liefert:

$$1 \text{ W / m}^2 \approx 0,12 \cdot 683 \text{ lx} \approx 82 \text{ lx}$$

Die Helligkeitswerte vieler alltäglicher Beleuchtungssituationen sind in der Tabelle 2 aufgelistet. Die Angaben für die Beleuchtungsstärken wurden aus [1], [5], [6] und [7] zusammengestellt. Die obige Formel ermöglicht die Umrechnung von Spalte 1 in Spalte 2 und umgekehrt.

Lichtquelle	Bestrahlungsstärke in W/m^2	Beleuchtungsstärke in lx	scheinbare Helligkeit in Magnitudo m_{vis}
Sonne (oberh. d. Atmosph.)	1367	ca. 112000	-27
klarer Sommertag	ca. 1000	ca. 80000	ca. -26
bedeckter Sommertag bzw. klarer Wintertag	ca. 60 - 250	ca. 5000-20000	ca. (-25) - (-23,5)
bedeckter Wintertag	ca. 12 - 24	ca. 1000-2000	ca. (-22,5) - (-22)
bürgerl. Dämmerung	ca. 0,01 - 5	ca. 1 - 400	ca. (-22) - (-14)
Arbeitsplatz / Büro	ca. 1 - 12	ca. 100 - 1000	ca. (-22) - (-19)
Straßenbeleuchtung	ca. 0,04 - 0,4	ca. 3 - 30	ca. (-18) - (-15,5)
Lesen noch möglich	ca. 0,001 - 0,012	ca. 0,1 - 1	ca. (-14) - (-12)
Nachts bei Vollmond	ca. 0,003	0,24	-12,5
Nachts bei Halbmond	ca. 0,0002	0,02	-10
Mondlose klare Nacht	ca. $3 \cdot 10^{-6}$	ca. 0,0003	ca. -5,5
Stern 1. Größe	ca. $1,2 \cdot 10^{-8}$	ca. 10^{-6}	ca. 1
Kerze (1 km Abstand)	ca. $1,2 \cdot 10^{-8}$	ca. 10^{-6}	ca. 1
heller Satellit	ca. $2,4 \cdot 10^{-9}$	ca. $2 \cdot 10^{-7}$	ca. 2,5

Tabelle 2: Helligkeiten natürlicher und künstlicher Lichtquellen

In Spalte 3 sind die Helligkeiten nach dem astronomischen System der Größenklassen tabelliert. Dieses System geht auf Hipparch (ca. 150 v. Chr.) zurück, der die hellsten Sterne als „Sterne 1. Größe“ bezeichnet und die gerade noch mit bloßem Auge sichtbaren Sterne als „Sterne 6. Größe“. Die Unterschiedsempfindlichkeit der menschlichen Wahrnehmung (z. B. Sehen, Hören, Gewichts- und Temperaturempfindung) hängt von der absoluten Größe des Reizes ab [3]. Der Wahrnehmungsapparat (Sinnesorgan und Gehirn) reagiert nicht linear auf einen Reiz F . Bei kleinen Reizen ist der Mensch - absolut betrachtet - unterscheidungsempfindlicher als bei großen Reizen. Konstant bleibt aber die Unterschiedsempfindlichkeit ΔF in Bezug auf die Absolutgröße F : $\Delta F / F = c$; Webersches Gesetz, aufgestellt von Ernst Heinrich Weber (1795 - 1878).

Reize F_1, F_2, F_3 (z.B. Bestrahlungsstärken), deren Stärken im Verhältnis von 1 : 10 : 100 stehen, rufen deshalb Empfindungen E_1, E_2, E_3 hervor, deren Differenzen konstant sind: $E_3 - E_2 = E_2 - E_1 = \text{const.}$ Das menschliche Auge nimmt beim Zeitunglesen über einen Helligkeitsbereich von 5 Zehnerpotenzen (heller Sonnenschein bis fahles Mondlicht) nahezu den gleichen Empfindungsunterschied zwischen der Druckerschwärze und dem Zeitungspapier wahr (die Beleuchtungsstärken stehen etwa im Verhältnis 1 : 4), wie aus der Möglichkeit, die Zeitung bei Mondlicht lesen zu können, hervorgeht. Der Kontrast $(F - F/4)/F$ bleibt stets gleich, unabhängig von der Absolutgröße des Reizes F .

Der mathematische Zusammenhang zwischen der Empfindung E und dem Reiz F ist durch den Logarithmus gegeben: $E = k \cdot \log F + C$; Fechnersches Gesetz, aufgestellt von Gustav Theodor Fechner (1801 - 1887). Das Webersche Gesetz kann in das Fechnersche Gesetz überführt werden, wenn man die Konstante c durch das $(1/k')$ -fache des kleinsten wahrnehmbaren Empfindungsunterschiedes ΔE ersetzt, integriert und den natürlichen in den dekadischen Logarithmus umwandelt:

$$\frac{\Delta F}{F} = c = (1/k') \cdot \Delta E \Rightarrow E = k' \cdot \ln F + C = k \cdot \log F + C$$

Die Differenz zweier Empfindungen E_1 und E_2 berechnet sich damit zu:

$$E_1 - E_2 = k \cdot \log F_1 + C - (k \cdot \log F_2 + C) = k \cdot \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right)$$

Das antike Klassifikationsschema der Sternhelligkeiten wurde 1856 von Norman R. Pogson mit Hilfe des Weber-Fechnerschen Gesetzes auf eine physikalische und physiologische Basis gestellt. Seitdem läßt es sich an radiometrische und photometrische Größen anknüpfen. Bei der Annahme, daß sich Sterne 1. bzw. 6. Größe ($m = 1$ bzw. $m = 6$, also 5 Größenklassen Differenz) im Strahlungsstrom (dem Reiz) um einen Faktor 100 unterscheiden, folglich von Größenklasse m_n zu Größenklasse m_{n+1} ein Verhältnis der Strahlungsströme von $F_n / F_{n+1} = \sqrt[5]{100} = 10^{0,4} \approx 2,512$ besteht, stellt sich eine gute Übereinstimmung mit Hipparchs Empfindungen ein. Die Konstante k im Weber-Fechnerschen Gesetz nimmt somit für das System der Sternhelligkeiten den Wert $k = -(1/0,4) = -2,5$ an. Der negative Wert erklärt sich aus der historischen Tatsache, daß hellere Sterne einen kleineren Magnitudo-Wert als schwächere erhalten. Aus dem Verhältnis der Strahlungsströme zweier Sterne (F_1 / F_2) läßt sich nun die Größenklassendifferenz ermitteln:

$$m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F_1}{F_2} \right) \Leftrightarrow \left(\frac{F_1}{F_2} \right) = 10^{-0,4(m_1 - m_2)} = 2,512^{(m_1 - m_2)}$$

Ein Stern 1. Größe ($m = 1$) hat demnach gegenüber einem Stern 11. Größe ($m = 11$) einen $2,512^{(11-1)} = 10000$ -fach größeren Strahlungsstrom.

Der Nullpunkt der Größenklassenskala wurde auf $2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2$ festgelegt (Strahlungsstrom eines Sterns 0. Größe; integriert über alle Wellenlängen [8]). Die Sonne als scheinbar hellster Stern übertrifft den Strahlungsstrom eines Sterns 0. Größe um einen Faktor $1367 / 2,52 \cdot 10^{-8} = 5,42 \cdot 10^{10}$. Im Helligkeitssystem der Astronomie kommt ihr damit eine negative Größenklasse zu:

$$10^{0,4(0 - m_{\text{Sonne}})} = 5,42 \cdot 10^{10} \Leftrightarrow m_{\text{Sonne}} = -\frac{5}{2} \cdot \log(5,42 \cdot 10^{10}) \approx -27$$

Der Strahlungsstrom (bzw. die Bestrahlungsstärke) eines Sterns der ersten Größenklasse errechnet sich schließlich zu:

$$F_{m=1} = \frac{2,52 \cdot 10^{-8}}{2,512} \text{ W / m}^2 \approx 10^{-8} \text{ W / m}^2 \approx 0,82 \cdot 10^{-6} \text{ lx} = 0,82 \mu \text{ lx}$$

Als Richtwert kann man sich leicht merken: Ein Stern 1. Größe besitzt eine Beleuchtungsstärke von ca. 1 Mikrolux ($\mu \text{ lx}$) und entspricht daher einer Kerze (1 Candela; Abk. *cd*) in 1000 Meter Abstand ($1 \text{ cd} / (10^3 \text{ m})^2 = 10^{-6} \text{ lx} = 1 \mu \text{ lx}$). Ein Stern 0. Größe (der den 2,512-fachen Strahlungsstrom eines Sterns 1. Größe besitzt) ruft eine Beleuchtungsstärke von $2,06 \mu \text{ lx}$ hervor. Mit der Kenntnis der Bestrahlungsstärke F bzw. der Beleuchtungsstärke E eines Sterns 0. Größe läßt sich die Helligkeitsangabe anderer Lichtquellen auf diesen Fixpunkt beziehen ($m = 0$, $F_{m=0} = 2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2$, $E_{m=0} = 2,06 \cdot 10^{-6} \text{ lx}$):

$$m = -2,5 \cdot \log \left(\frac{F}{2,52 \cdot 10^{-8} \text{ W / m}^2} \right) = -2,5 \cdot \log \left(\frac{E}{2,06 \mu \text{ lx}} \right)$$

Mit dieser Formel wurden in Spalte 3 der Tabelle die Angaben in Größenklassen aus den Beleuchtungsstärken errechnet.

Zurück zum Ausgangspunkt der Diskussion - dem künstlichen Spiegelmond. Ein Blick in die Tabelle 1 zeigt, daß der realistische Versuchsspiegelmond aus Szenario 2 mit $0,18 \text{ W/m}^2$ bzw. 15 lx eine (maximale und nur für die kurze Zeitspanne etwaigen Zenitstandes andauernde) Helligkeit bewirkt, die der bürgerlichen Dämmerung (verläuft von 400 lx bei Sonnenhöhe 0° bis 1 lx bei Sonnenhöhe -6°) und der Straßenbeleuchtung ähnelt. Tageshelligkeit, wie die *Bild-Zeitung* beschwört, wird auch bei einem größeren Spiegel nicht annähernd erreicht. Allerdings würde die Beleuchtung zum sicheren Gehen auf der Straße und zum Lesen genügen. Trotzdem ist eine sinnvolle dauerhafte Beleuchtung durch Spiegelmonde nicht möglich, wie aus den Betrachtungen des nächsten Abschnitts hervorgeht.

Die Sichtbarkeitsdauer eines Satelliten

Die Eigenschaften eines „Spiegelmondes“ hängen neben der Beschaffenheit des Spiegels wesentlich von der Flugbahn und Verweildauer über dem auszuleuchtenden Ort ab. Ein niedrig fliegender Satellit mit einer Höhe von nur 200 km über dem Erdboden steht nicht fest über einem bestimmten Ort, sondern wandert schnell über den Himmel eines Beobachters hinweg. Geostationäre Satelliten, deren Umlaufzeit gleich einem siderischen Tag (86164 s) ist, haben mit ca. 36000 km eine beträchtlich größere Höhe über dem Erdboden. Ein geostationärer Spiegelmond stünde zwar immer über dem zu beleuchtenden Ort, wäre aber zu weit von ihm entfernt, um ihn vernünftig ausleuchten zu können.

Zur Diskussion der Zweckmäßigkeit einer Straßenbeleuchtung durch Spiegelmonde soll im folgenden die Zeit abgeschätzt werden, die sich ein Satellit geringer Höhe während eines Umlaufs über dem Horizont eines Beobachters aufhält. Zur Vereinfachung sei angenommen, daß der Satellit auf einer Kreisbahn fliegt und den Zenit des Beobachters passiert. In diesem Fall wird die Berechnung besonders einfach und das Ergebnis liefert eine obere Grenze für die Dauer der Sichtbarkeit. Zeichnung 2 veranschaulicht die geometrischen Verhältnisse dieses Problems. Dargestellt ist die Bahnebene des Satelliten, die den Erdmittelpunkt M und den Zenit des Beobachters schneidet. Der Satellit umkreist die Erde in der Höhe h . Beim Punkt A (Aufgangspunkt) geht er im lokalen Horizontsystem des Beobachters auf, beim Punkt U (Untergangspunkt) verschwindet er wieder. In der Realität ist die Sichtbarkeitsdauer noch kürzer, da der Satellit unsichtbar wird, wenn er in den Erdschatten eintaucht. (Da sich der Erdschatten im Sommer wegen der geringen Tiefe der Sonne während der Sommernacht nur gering über den Horizont erhebt, lassen sich Satelliten im Sommer besser beobachten als im Winter.) Zu berechnen ist nun, innerhalb welcher Zeit der Satellit den Winkel 2α überstreicht. Mit Hilfe des 3. Keplerschen Gesetzes ermitteln wir zunächst die Umlaufzeit T in der Höhe h ($G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $M_E = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R_E = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$):

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{G \cdot M_E} \cdot (R_E + h)^3} \quad (\text{Kepler 3})$$

Die gesuchte Zeitdauer berechnet sich zu $\tau = (2\alpha/2\pi) \cdot T$ (α in Radiant). Der Winkel α ist durch geometrische Betrachtungen zu ermitteln. Im rechtwinkligen Dreieck ABM gilt:

$$\sin \alpha = \frac{AB}{AM}; \quad AM = R_E + h; \quad (AB)^2 = (AM)^2 - (MB)^2 = (R_E + h)^2 - R_E^2 \quad (\text{nach Pythagoras})$$

Für den Sinus des Winkels α ergibt sich somit:

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{(R_E + h)^2 - R_E^2}}{R_E + h} = \frac{\sqrt{(1 + h/R_E)^2 - 1}}{(1 + h/R_E)}$$

Sowohl die Umlaufzeit T als auch die Zeitspanne τ hängen nur von der Höhe h über dem Erdboden ab. Vernachlässigt wurde bei dieser Berechnung die Veränderung der Position des Beobachters B im Raum durch die Erddrehung. Bei den schnell bewegten Satelliten geringer Höhe fällt dieser Fehler aber nicht stark ins Gewicht. Für verschiedene Höhen h sind die Ergebnisse unseres einfachen Modells in der folgenden Tabelle festgehalten.

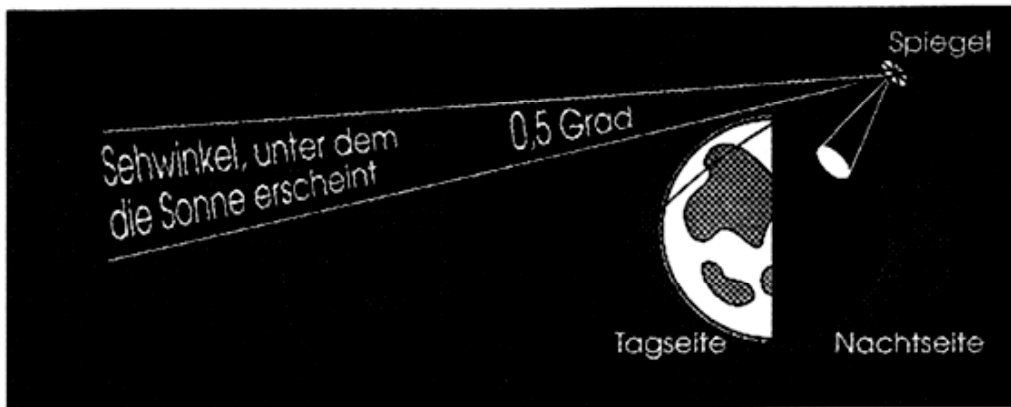
Höhe h in km	h / R_E	Winkel α in Grad	Umlaufzeit T in Minuten	maximale Sichtbarkeit τ in Minuten
0	0	0	85	0
200	0,032	14	89	7
500	0,078	22	95	11
1000	0,156	30	105	18
2000	0,313	40	127	28
5000	0,781	56	201	63

Tabelle 3: maximale Sichtbarkeitsdauer niedrigfliegender Satelliten

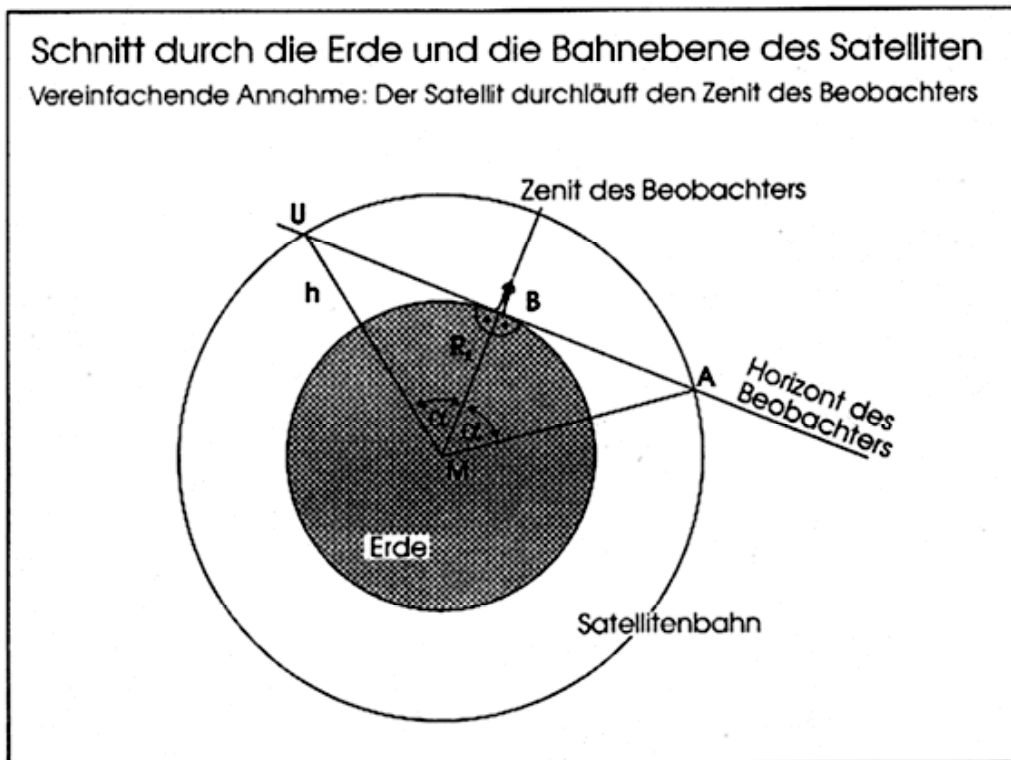
Niedrig fliegende Satelliten sind demnach nur für wenige Minuten sichtbar. Die berechnete Maximalzeit wird aber tatsächlich noch deutlich unterschritten, wenn man das Eintauchen in den Erdschatten in Betracht zieht und weiterhin bedenkt, daß die meisten Satelliten nicht durch den Zenit wandern und zwischen Auf- und Untergang eine kürzere Winkeldistanz am Himmelszelt zurücklegen. Steht der Satellit nur in geringer Höhe über dem Horizont, so wirkt sich die atmosphärische Extinktion und der gegenüber dem Zenitstand deutlich vergrößerte Abstand von Spiegel und Beobachter stark auf die Helligkeitsverhältnisse aus (der Lichtfleckdurchmesser wächst mit dem Abstand). Zieht aber ein Satellit doch mal durch den Zenit, so wird er dies bei seinem nächsten Umlauf nicht mehr tun, denn in der Zwischenzeit (etwa anderthalb Stunden) hat sich die Erde ein beträchtliches Stück weitergedreht, während die Satellitenbahn im Laufe der Zeit nahezu unverändert bleibt. Eine Straßenbeleuchtung durch „Spiegelmonde“ erscheint auch unter diesem Gesichtspunkt als unpraktikabel. Das ständig erforderliche Drehen und Ausrichten des Spiegels auf den zu beleuchtenden Ort ist zwar technisch möglich, aber aufwendig. Überdies kommt es zum baldigen Absturz von Satelliten, die sich unterhalb von 200 km Höhe bewegen, da sie sich an den restlichen Molekülen der Erdatmosphäre reiben und dadurch an Bewegungsenergie und Höhe verlieren. Es bleibt also kaum Zeit, einen 200m-Spiegel aus dutzenden Modulen zusammenzubauen, wenn er vor dem Absturz noch fertiggestellt und eingesetzt werden soll. Sicher werden die sibirischen Städte auch in Zukunft mit Laternen erhellt.

Literaturliste:

- [1] Meyers Handbuch Weltall, von Joachim Krautter; 7. Aufl., Meyers Lexikonverlag, Mannheim 1994
- [2] Otto Zimmermann: Astronomisches Praktikum I; Sterne und Weltraum Taschenbuch 8, Bibliographisches Institut, Mannheim 1969, Die Totalphotometrie des Mondes, S. 88 ff
- [3] Christoph von Campenhausen: Die Sinne des Menschen - Einführung in die Psychophysik der Wahrnehmung; 2. Aufl., Thieme-Verlag, Stuttgart New York 1993, S. 12 ff
- [4] Erhard Hörber: Wär nicht das Auge sonnenhaft ...; Astronomie und Raumfahrt 35 (1998) 2, S. 15 ff
- [5] Marcel Minnaert: Licht und Farbe in der Natur; Birkhäuser Verlag, Basel Berlin Boston 1992, S. 115 ff
- [6] Horst Völz & Peter Ackermann: Die Welt in Zahlen und Skalen; Spektrum Akad. Verlag, Heidelberg Berlin Oxford 1996, S. 160 ff
- [7] Horst Kuchling: Physik - Formeln und Gesetze; 16. Aufl., Buch- und Zeit Verlagsgesellschaft Köln, Leipzig 1979, S. 245 f
- [8] Michael Berry: Kosmologie und Gravitation; Teubner Verlag, Stuttgart 1990, S. 11



Zeichnung 1



Zeichnung 2